Sota el cel del Puig

Revista de l'IES Puig Castellar

núm extraordinari

núm 27 abril *3ª etapa*

Curs 2006-2007

Í N D E X

* * *

0. Paraules de presentació

Les etimologies ens ensenyen els orígens de les paraules i, de vegades, el seu significat més profund. La paraula *calcular*, per exemple, ve del llatí *calculus*, que eren les pedretes de riu que feien servir els mestres per ensenyar a comptar als nens (les pedres del ronyó també es diuen *càlculs*). El terme *matemàtiques*, per la seva part, deriva de la paraula grega *mathema*, que vol dir coneixement. Sobre la base d’aquesta paraula grega el llatí va formar *mathematicus*, que volia dir ‘estudiós’. Abans d’això, als matemàtics se’ls coneixia també amb la paraula *mags*, doncs el veritable coneixement era considerat una forma de màgia. De fet, la figura enigmàtica de Pitàgores té aquesta doble vessant del saber: la que podia mostrar-se i la que havia de romandre amagada i ser coneguda només pels iniciats. Per als pitagòrics els números eren la base d’una religió, i una de les seves oracions deia: “Beneeix-nos, número diví, tu que vas engendrar els déus i els homes! ¡Oh, santa, santa Tetraktys, tu que enclous l’arrel i la font del flux etern de la creació!” La Tetraktys era un diagrama de deu punts considerat sagrat i per això els pitagòrics feien sobre aquesta figura els seus juraments; tenia aquesta forma:

.
. .
. . .
. . . .

Del valor filosòfic que els antics grecs donaven a les matemàtiques hi ha moltíssims testimonis; només recordarem ara que, a l’entrada de l’Acadèmia de Plató hi havia un rètol que deia: “No entri aquí ningú que no sàpiga Geometria”. Perquè, efectivament, per als grecs com per als seus mestres matemàtics, els egipcis, les matemàtiques estaven en gran mesura associades a la geometria i tenien també un valor instrumental: servien per a mesurar les terres, tenien un valor pràctic. Per aquesta raó els grecs no van poder concebre el concepte de zero: les coses que no poden ser mesurades no existeixen. Si el zero representa el buit, el no res, no té sentit com a número, pensaven.

Els indis de l’antiguitat no pensaven així. Havien conegut les matemàtiques dels grecs i dels babilònics gràcies als matemàtics que havien acompanyat Alexandre Magne en les seves campanyes militars fins a l’Índia. Ells creien en la dualitat: el món havia sorgit del buit on havia de tornar-hi. Si els babilònics havien fet servir el zero només com a posicionador sense valor (solament tenia sentit pels nombres que tenia a la seva esquerra), els indis estaven preparats filosòficament per reconèixer al zero el seu poder així com el dels números negatius. Van pensar que si era possible restar 3 de 2, seria possible restar 2 de 2. En el primer cas ($2-3$), el resultat seria un número negatiu: -1; en el segon ($2-2$), el resultat seria 0. Per consegüent, el 0 havia d’ocupar un espai entre el 1 i el -1.

El desconeixement del zero a Occident durant molts segles va portar a nombrosos errors. Per exemple, a l’hora de fer els calendaris i les celebracions corresponents. Com que el monjo Dionisi, al segle VI, per encàrrec del papa Joan I, va elaborar les taules de les festes de Pasqua sense tenir en compte el zero, va començar a comptar a partir de l’ 1 i va pensar que el naixement de Crist s’havia de datar com any 1. És clar que qualsevol comptador (del llum, del gas, etc.) no comença amb l’1, sinó amb el 0, de la mateixa manera que un nen no neix amb un 1 any, però la gent té tan arrelada l’equivocació de Dionisi, que quan vam passar el 31 de desembre de 1999, molts pensaven que havíem entrat al segle XXI, i això no va succeir fins acabar l'any 2000.

Malgrat que van ser els indis els descobridors de la noció del 0, van ser els àrabs qui van portar a Occident aquest descobriment juntament amb la paraula que serveix per a designar-lo així com els numerals que feien servir els indis (per consegüent, en un sentit estricte, els dígits no són d'origen àrab sinó indi). Efectivament, els àrabs van transformar la paraula índia *sunya*, que significa 'buit', en la paraula *sifr* que, pronunciada *séfer*, va originar les paraules *zero, xifra, desxifrar,* etc. Durant l'edat mitjana van celebrar-se torneigs entre els comptadors amb els numerals indis (*algoristes*) i els comptadors que feien servir un instrument tradicional (*abacistes*), a veure qui comptava amb més rapidesa.

Respecte als abacistes, hem de dir que si bé els àbacs són algunes de les màquines més antigues de calcular, no són les més antigues. L'any 1937, l'arqueòleg Karl Absolom va trobar a Txecoslovàquia un os de llop de 30.000 anys d'antiguitat marcat amb 55 incisions agrupades de cinc en cinc, el que suposa que l'home primitiu que va fer aquestes incisions feia servir un sistema numeral de base cinc (els cinc dits de la mà). De fet, el cinc ha estat la base de gran nombre de sistemes de computació. També a Ishango, a la República Democràtica del Congo, als anys 50 del segle XX, es van trobar dos ossos de fa 20.000 anys amb incisions, sobre el significat de les quals encara es discuteix: no se sap si el sistema utilitzat a Ishango era de base cinc o de base 12 (també hi ha sistemes de base 12 que fan servir el polze per comptar fins a 12 tocant les falanges dels altres dits: 4×3).

El que és segur és que, afortunadament, en els torneigs matemàtics del nostre temps, els participants no es divideixen en *algoristes* i *abacistes*; tampoc no faran servir pedretes de riu ni hauran de fer incisions sobre ossos per fer càlculs. Les seves eines són d'una altra naturalesa i els seus coneixements i la seva destresa han estat posats a prova anteriorment.

Per a mi com a director i per a tot el professorat de l'IES Puig Castellar és una gran satisfacció donar la benvinguda a tots els joves participants, als seus professors i a les seves famílies, i poder acollir al nostre centre la segona fase d'aquest modern torneig matemàtic, *Fem Matemàtiques 2007*. Per això estem molt agraïts a l' ABEAM (Associació de Barcelona per a l'estudi i l'aprenentatge de les Matemàtiques) que va fer-nos la proposta d'organitzar aquesta fase del concurs; a tots els companys del Departament de Matemàtiques, per haver acceptat el repte i pel seu suport, i, naturalment, a la FEEMCAT (Federació d'Entitats per a l'Ensenyament de les Matemàtiques a Catalunya), que va confiar des del primer moment en nosaltres com a centre organitzador.

Francisco Gallardo Díaz
Director de l'IES Puig Castellar
Santa Coloma de Gramenet

*

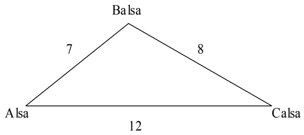
I. FEM MATEMÀTIQUES: Una mica d'història

L'activitat FEM MATEMÀTIQUES l'organitzen les associacions de professors de matemàtiques que hi ha a Catalunya. En aquests moments són quatre: ABEAM de Barcelona, ADEMGI de Girona, ApaMMs del Maresme i APMCM de Tarragona, i es coordinen mitjançant la FEEMCAT (Federació d'Entitats per a l'Ensenyament de les Matemàtiques a Catalunya) , que és l'organisme que encomana a una de les quatre associacions l'organització anual del FEM MATEMÀTIQUES.
Les associacions més antigues, les de Girona i Tarragona, van iniciar aquesta activitat en el curs 1994-1995.
Des de sempre, ha sigut una activitat que, a més de fomentar en els estudiants el gust per les Matemàtiques, presentant una visió d'aquestes complementària de la que fem servir a l'aula, ha volgut fomentar el treball en equip.
Des que l'ABEAM, va iniciar el FEM MATEMÀTIQUES a les comarques de Barcelona, un dels principals objectius va ser, ampliar, més enllà de la primera fase de l'activitat, el treball en grup dels alumnes. La nostre voluntat hauria sigut que en la segona fase s'hi participés només en grup: les dificultats que això crea alhora de fer una selecció individual per la fase final, ens ho han fet abandonar (fins fa poc els alumnes de sisè de Primària no tenien prova individual en la segona fase.)
La primera vegada que l'ABEAM va organitzar una segona fase del FEM MATEMÀTIQUES va ser l'any 1998: van participar-hi 23 centres i un total de 336 alumnes. Aquell any la segona fase es va fer a l'IES les Corts de Barcelona. La prova de grups prevista per la jornada, era una prova pràctica consistent en fer, entre altres, tot un seguit d'apreciacions a partir de les línies que delimiten el terreny de joc en el estadi del FC Barcelona; quina va ser la nostre sorpresa en arribar a l'estadi i trobar-nos sense línies en el camp.
L'any 2000, la FEEMCAT, encomana per primera vegada, l'organització de l'activitat a l'ABEAM. Un dels problemes que vam proposar per la primera fase de l'activitat, en el nivell de 1r d'ESO, i que ara recullo perquè us animeu a repensar-lo, deia:

"El 17 de juliol de 1999 el diari va publicar la noticia que la població mundial havia arribat als 6000 milions de persones. Ara, imagineu que tota la població mundial s'ajuntés en un territori, de manera que cadascú ocupés un quadrat de 50 cm de costat. Creus que cabríem tots a la comarca de la Noguera, a Catalunya, a Espanya o bé encara necessitaríem més territori?"

Aquell any es va xifrar el nombre total de participants en l'activitat en 3620, un 2000 dels quals ho van fer dins l'àmbit de l'ABEAM.
L'any 2003, el grup format per Naila Albarracín, Èlia Arroyo i Mª Isabel Andújar, que llavors feien primer d'ESO a l'IES Puig Castellar, va ser seleccionat per participar en la segona fase (que es va fer entre el CEIP Pegaso i l'IES Príncep de Viana de Barcelona) i l'any 2004 ho va ser el grup format per Rubén Ortuño, Gisela Ruiz, Simon Topchyan, Alba González (la segona fase es va fer a l'Escola Sadako de Barcelona).
L'any 2005, l'ABEAM organitza l'activitat per segona vegada. Un dels problemes que vam proposar a la segona fase, en el nivell de 2n d'ESO, va ser el següent:

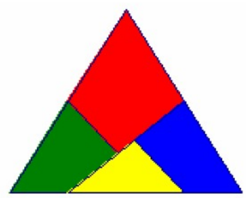
"*Alsa, Balsa i Calsa són tres pobles veïns. A la figura, les línies rectes representen les úniques carreteres que uneixen els pobles i que mesuren 7, 8 i 12 quilòmetres respectivament.*
Es vol construir un nou parc de bombers que ha de donar servei als tres pobles.



a) *Suposem que el parc de bombers ha d'estar situat a la carretera que uneix Alsa i Calsa i en una posició tal que la distància més gran que hagin de recórrer els cotxes en una situació d'emergència (que es pot donar en qualsevol dels tres pobles) sigui la més petita possible. A quina distància d'Alsa s'hauria de situar el parc de bombers?.*
b) *Si el parc pot estar situat a qualsevol de les tres carreteres, i es manté la condició que la distància més gran sigui la més petita possible, on s'hauria de situar el parc de bombers?* "

Aquell any es va xifrar el nombre total de participants en l'activitat en 4500 alumnes, un 2000 dels quals ho van fer dins l'àmbit de l'ABEAM. La fase final es va fer a Sabadell i, la foto, recull el treball d'un dels grups en la prova corresponent. Un dels exercicis proposats en aquesta prova va ser el següent:

"Us proposem que feu un petit puzzle basat en un triangle i, més en concret en ***la quadratura del triangle equilàter****: retalleu les peces que estan dibuixades en el següent triangle equilàter i reordeneu-les fins a obtenir un quadrat. Les dues figures tenen la mateixa àrea i per això és diu que hem quadrat el triangle equilàter."*



I ara arribem al FEM MATEMÀTIQUES 2007, quan es compleixen 10 anys des que L'ABEAM va organitzar per primera vegada una segona fase i aquesta desena edició la farem a l'IES Puig Castellar de Santa Coloma de Gramenet.

II. La Matemàtica: ànima de totes les ciències. Margarida Mercadal Moll.

L'esdeveniment del "FEM MATEMÀTIQUES 2007" que tenim el gust de viure de molt a prop aquest any, ha estat un motiu perquè rellegís alguns llibres sobre la nostra matèria que en algun moment havien estat prou importants per a mi.

D'aquí que m'atreveixi a recomanar-vos-en un que em sembla prou interessant[(1)], és «La matemàtica i els matemàtics» del doctor Francesc Nicolau i Pous, col·lecció cultura i pensament de l'editorial Claret.

Aquest llibre, com es diu molt bé en el pròleg, "es llegeix amb la facilitat que es llegeix una novel·la, encara que no ho sigui, i se'n pot treure una visió del desenvolupament de la matemàtica, des dels egipcis fins als nostres dies".

Diu també el pròleg que "el fet que sigui dedicat més aviat als matemàtics que no pas a les matemàtiques fa que se'n puguin llegir capítols saltats, però en lligar-los els uns amb els altres obtenim una percepció més àmplia de les matemàtiques que no pas dels matemàtics".

En el primer capítol, després d'afirmar que la matemàtica és la més antiga de les ciències, ja que totes les altres, astronomia, física, química,... no comencen a ser ciències fins que no s'hi introduí el càlcul, l'autor parla de l'etimologia de la paraula matemàtica: "*matemàtica* és un adjectiu grec substantivat, com ho és *gramàtica, física, química o música.* Aquests adjectius pressuposen un substantiu, *episteme* (ciència) o *tekhne* (art, tècnica), el qual, per abreujar, se suprimí (*grammàtica* vol dir de l'escriptura), *física* de la natura, *química* dels sucs, *música* de les muses...) i *mathematica* vol dir de l'ensenyament o de la ciència. És un adjectiu derivat de *mathema* (ciència, estudi, coneixement), substantiu que es formà del verb *manthano* (apendre). Així, doncs, (*episteme o tekhne*) mathematike no significa altra cosa que ciència o art de l'ensenyament, com expressant que és la ciència que fa aprendre tots els altres ensenyaments, o sigui les ciències restants, sent-ne l'ànima o el fil conductor".

Però l'autor fa un aclariment, "*la matemàtica* no és simplement càlcul, perquè tot i que ensenya a resoldre problemes que exigeixen càlcul, com a ciència que és està per damunt de la mecànica calculista". I fa la següent definició de la matemàtica, que no és la única: És "la ciència de les estructures mentals que es refereixen a les relacions entre quantitats", és a dir, la matemàtica posa ordre lògic, amb els principis de la lògica, a una sèrie d'idees i enunciats que fan referència a quantitats.

En definitiva, la matemàtica és l'ànima de totes les ciències positives. El seu estudi ha estat imprescindible per al progrés científic. Però també al llarg de tota la història hi ha hagut persones que l'han estudiada en si mateixa, prescindint de les seves aplicacions.

Per això "la matemàtica ha obtingut la categoria de ciència noble, consistent i important" i indispensable per al progrés de la humanitat.

[(1)] *I pels més menuts que encara s'inicien en les Matemàtiques una altra recomanació ben interessant: «El dimoni dels nombres» de Hans Magnus Enzensberger, editorial Barcanova – Siruela.*

III. TALENTO. Jesús Villagrá

Mientras preparo mi modesta aportación al "Fem matemàtiques" me viene a la mente una escena que sucedió hace años. Jonathan era por aquel entonces un joven que acababa de realizar el servicio militar en Ceuta y que, una vez libre de sus deberes como soldado, se había puesto a trabajar de albañil en Santa Coloma de Gramenet y había comenzado a asistir a las clases de bachillerato nocturno. Quiso la fortuna que yo le tuviera como alumno en la asignatura de matemáticas. Según me confesó más tarde, una vez acabada la EGB, se había matriculado cuatro años seguidos en primero de BUP. Durante ese largo periodo de tiempo nunca había pisado una clase. Se quedaba conversando con los colegas, fumando y bebiendo en una plaza. Ni sus profesores, ni sus padres, lograron persuadirle de que cambiara de actitud. Dejó los estudios. Con este historial a sus espaldas, no es de extrañar que a principio de curso su nivel fuese nulo, aunque pronto nos maravilló a todos con su ingenio y su talento natural para las matemáticas.

Un buen día, otro de mis alumnos me pidió que hiciéramos un problema que le había planteado el padre de su novia: "Una madre tiene veintiún años más que su hijo y dentro de seis años la edad de la madre será cinco veces mayor que la del hijo. ¿Dónde está el padre?". Todo el mundo se quedó paralizado por el estupor. Todos menos Jonathan, que al cabo de unos segundos contestó riendo: "Haciendo el amor. Claro. Haciendo el amor con la madre". Dos alumnas, situadas en la primera fila se lanzaron una mirada cómplice que interpreté rápidamente. Algo así como "Estos tíos. Siempre pensando en lo mismo". Me dispuse a lanzar un improperio a Jonathan, pensando que estaba de cachondeo, pero no me dejó. Muy seguro de sí mismo prosiguió en un tono serio: "el niño tiene menos tres cuartos de año, o sea, menos nueve meses, así que imagine, profe, lo que está haciendo el padre" Y, para justificar su respuesta, la emprendió con toda una serie de malabarismos mentales; una versión ingeniosa, pero caótica de la cuenta de la vieja. En un tono que no admitía réplica interrumpí sus explicaciones: "Llevamos cinco semanas estudiando ecuaciones y sistemas, Jonathan. ¿Podrías hacer un esfuerzo y expresarte en lenguaje algebraico?" "Podría intentarlo– me contestó en un tono que no me gustó mucho- pero usted nos ha dicho que tenemos que ir siempre al final del enunciado y buscar la incógnita, o sea, la pregunta que nos hacen y, en este problema, la pregunta es -¿Dónde está el padre?- ,pero las incógnitas son x, la edad de la madre, e y, la del hijo". "También os he dicho –interrumpí yo- que *siempre* es una palabra muy larga que no deben emplear, si no quieren equivocarse, ni siquiera los licenciados en Ciencias Exactas".

Él también lo es ahora. Licenciado en Exactas, quiero decir. Me enteré hace poco, porque me vino a saludar al instituto. Una de esas visitas que te compensan de los innumerables sinsabores de esta profesión. Había acabado la carrera en cinco años y sin dejar de trabajar de albañil. El que haya asomado la nariz alguna vez por una facultad de matemáticas sabrá perfectamente a qué me estoy refiriendo. Pocos días más tarde comíamos juntos en un restaurante del casco antiguo de Barcelona. La zona es bastante cutre, pero la comida excelente. Allí le confesé lo sorprendido que me quedé años atrás por el hecho de que en unos pocos días hubiera sido capaz de dominar a la perfección la teoría y la práctica de los determinantes. "Hay que reconocer que tuvo cierto mérito –me respondió algo ruborizado- sobre todo teniendo en cuenta que a principios de curso no sabía nada de nada" y concluyó con una sonrisa entre tímida e inteligente: "Es la maravillosa función que cumplen los estudios nocturnos: dar una segunda oportunidad a vagos y maleantes como yo. Recuperar inteligencias perdidas". Recordamos también cómo resolvió el famoso problema: La primera ecuación que planteó, expresaba el hecho de que la madre tenía veintiún años más que el hijo: $\xi = \psi + 21$. La segunda, que dentro de seis años la edad de la madre sería cinco veces mayor que la del hijo: $\xi + 6 = 5(\psi + 6)$. Le costó un poco de trabajo preparar el sistema para poder aplicar el método de Cramer, es decir, convertir la primera ecuación en $\xi - \psi = 21$ y la segunda en $\xi + 6 = 5\psi + 30$, o bien, en $\xi - 5\psi = 24$, con lo que obtuvo el sistema:

$\left.\begin{array}{l} x - y = 21 \\ x - 5y = 24 \end{array}\right\}$. El resto fue coser y cantar:

$$\xi = \frac{\begin{vmatrix} 21 & -1 \\ 24 & -5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -5 \end{vmatrix}} = \frac{-105 + 24}{-5 + 1} = 20{,}25$$ años. Es decir, veinte años y tres meses.

$$\psi = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 21 \\ 1 & 24 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -5 \end{vmatrix}} = \frac{24 - 21}{-5 + 1} = -0{,}75$$ años. Es decir, menos nueve meses.

Seguramente por temor a que yo me ofendiera, no se atrevió a decirme, hasta los postres, cuando ya casi habíamos dado cuenta de una botella de Yllera, que había sido profesor sustituto durante unos meses en la actual secundaria en uno de esos suburbios donde Badalona y Santa Coloma se funden sin dejar ni un solo resquicio a la esperanza, pero que ahora trabajaba en una empresa de telecomunicaciones. “No podía resistirlo –me confesó”. “Pues anda que si tú no podías- le dije- tú que has nacido en ese barrio y que a su edad te comportabas más o menos como ellos, cómo lo estará pasando la profesora de francés con su inconfundible acento de la parte alta de la calle Balmes”. Nos despedimos a la salida del restaurante. Bajé la calle pensando: ”¿Cómo es posible que esta mente preclara fracasara en diurno?” Al doblar una esquina, me di de narices con el fragor inconfundible de la salida de los niños de una escuela de primaria. Me sobresaltó un chillido de frenos. Un niño acababa de salvarse por los pelos de ser atropellado por un coche. Había intentado cruzar la calle sin mirar y a la carrera. Su madre, a un metro escaso de donde yo estaba, casi me dejó sordo: “ ¡Jonathan! *Si vuelve a crusá la calle sin mirá, te via partí l’alma*”.

Nota: Este texto está extraído de Jesús Villagrá, *¿Matemágicas o Matetrágicas?*. Barcelona, Montesinos (Biblioteca de divulgación temática), 2004.

IV. QUÈ PENSEN ELS NOSTRES ALUMNES DE LES MATEMÀTIQUES?

Quan jo em dirigia als meus alumnes el primer dia de classe del nou curs acadèmic que començava, sempre els feia aquestes dues preguntes:

a) T’agraden les matemàtiques?
b) Les trobes fàcils o difícils?

Hi havia quatre combinacions possibles:

1) Sí-D.
2) Sí-F.
3) No-D.
4) No-F.

Sisplau, no continueu llegint i penseu quina seria la resposta majoritària... A partir del que els meus alumnes em deien, jo tenia una primera visió sobre l’actitud amb què cadascun d’ells podia iniciar el curs. La diagnosi era clara:

1. Aquests alumnes eren capaços de fruir amb les matemàtiques i les dificultats que trobessin en el seu aprenentatge podrien representar un incentiu addicional per al seu estudi.
2. En aquest cas, normalment no hi hauria cap mena de problemes de comprensió, però sí el perill que ells es desmotivessin per manca de l’esforç per arribar-hi.
3. Aquests alumnes eren els més problemàtics, a priori, i haurien de tenir una atenció especial perquè no es desanimessin.
4. Aquí seria necessari fer-los veure l’interès d’una matèria que no representava per a ells cap mena de dificultat.

En el cas 1) els problemes que jo tindria serien gairebé inexistents. En els casos 2) i 4) caldria que no es desmotivessin, encara que per raons completament diferents. Finalment, en el cas 3) hauria de tenir una preocupació continuada, perquè l'assignatura a poc a poc els motivés més.

Heu encertat la resposta majoritària?
En una època passada, quan la cultura de l'esforç estava més arrelada en la nostra joventut, la resposta majoritària era la 1), amb molta diferència. Ara, quan tothom vol assolir els seus objectius a la vida sense el treball que cal, la combinació 1) és, molt tímidament, encara la majoritària, mentre que la 3) té cada vegada més acceptació.

Les conclusions anteriors ens haurien de fer reflexionar a tots plegats. Quan renunciem a l'esforç, també renunciarem a tot allò que val la pena viure, mentre que, si tenim ben arrelada la convicció que, en general, res no és gratuït, l'esforç ens recompensarà amb escreix. Fins i tot en una època com la nostra en què massa sovint el jovent rebutja l'esforç i el treball, el fet que la resposta majoritària encara sigui la 1) ens hauria de mantenir oberts a l'esperança.

ELS DOS PRIMERS CAMINS DE LES MATEMÀTIQUES

El llenguatge de les matemàtiques camina per diferents indrets. El més popular i conegut és el del càlcul. Sovint la majoria de la gent, culta o no, no en té altre coneixement que aquest. Les matemàtiques serveixen, per exemple, per fer estadístiques, dissenyar motors elèctrics, construir ordinadors o posar satèl·lits de telefonia mòbil en òrbita voltant la Terra. Es tracta d'un camí important, però massa contaminat pel pragmatisme i li manca imaginació. Uns, enlluernats per la seva precisió, caminen a les palpentes al llarg d'un pelegrinatge que els va enverinant el cor i són incapaços de veure més enllà. Uns altres, amb més sensibilitat, en prescindeixin i abandonen les matemàtiques de forma definitiva. L'actitud d'ambdós és fruit de la ignorància del que les matemàtiques amaguen.

Un altre camí, ja molt menys transitat, és el de l'estètica. A les matemàtiques hom troba aquell ordre que intuïren els antics grecs, harmonia plena per a les ànimes sensibles a la bellesa que hom contempla sense presses. Del que estem parlant ara és de la bellesa pura, sense cap altre lligam que el del propi llenguatge que porta al seu si tot el que ens pot dir. La gran majoria de les persones és aliena a la bellesa de les matemàtiques, perquè ni coneixen la seva llengua ni creuen que els recompensi l'esforç necessari per arribar a aquest coneixement. Elles cerquen la bellesa, si ho fan, per altres camins.

Quan els meus alumnes responien que els agradaven les matemàtiques ho feien per dues raons diferents. Uns ho deien perquè veien en elles la utilitat del càlcul. Veien que les matemàtiques servien per a alguna cosa pràctica. Tanmateix, n'hi havia un grup gens menyspreable que les trobaven belles sense tenir en compte cap consideració utilitària. Els primers es conformaven amb la seva utilitat. Els segons anaven més enllà i trobaven en les matemàtiques, fonamentalment, la utilitat de la seva inutilitat. Senzillament, jugaven encuriosits. I no hem d'oblidar que el joc, aquella activitat que no "serveix" per a res, és el que caracteritza a l'home en l'etapa més creativa de la seva vida: la infantesa.

EL TERCER CAMÍ DE LES MATEMÀTIQUES

La trobada de la bellesa de les matemàtiques requereix una ànima amb més sensibilitat que la que d'aquells que només cerquen la seva utilitat. El camí de la bellesa és, però, un camí desarrelat i allunyat de les grans preguntes que es fan els homes de tots els temps. La bellesa no pot ser mai una finalitat. És el mateix que passa amb l'art per l'art. La bellesa, en definitiva, ens posa en camí cap a quelcom més gran. La bellesa és el llenguatge amb què el misteri ens parla. Aquest és el tercer camí, al qual els nostres alumnes només podran arribar-hi a través de la poesia o, si voleu, a través de l'amor. Es tracta d'una nova visió del nostre sistema educatiu. Només així, els nostres joves podran intuir l'existència de realitats insospitades, de les quals les matemàtiques ens parla subtilment.

Que tot això és impossible amb els nanos que tenim al davant? No hi ha res més lluny de la realitat. Així parlaven els meus petits adults de segon d'ESO després d'escoltar amb emoció atenta el que els acabava de dir:

- Quan vaig sentir parlar sobre la bellesa del món em vaig emocionar. És quelcom que mai havia experimentat.
- Podem entendre amb més profunditat les coses fonamentals amb el cor que amb la raó.
- Sense les matemàtiques hi ha un món infinit que desconeixerem per sempre.
- Al món hi ha moltes llengües i les matemàtiques són una de les llengües amb què el món ens parla.
- Els qui afirmen que per a una persona amb cultura Goya és més important que Euclides són uns ignorants. Tots dos ens han donat als homes visions diferents i igual d'enriquidores.
- Els homes són sovint orgullosos, sense adonar-se que són incomplets.
- La majoria de la gent ignora que hi ha quelcom més profund que el món dels sentits i dels diners.
- A mesura que ens endinsem en el coneixement apareixen més interrogants.
- El més gran descobriment és el de l'estimació que donem i rebem.
- Amb l'excés de comoditat i de luxe ens anem matant a nosaltres mateixos.
- L'home és un ésser extraordinari, ple de pensaments i de dubtes.
- El que ara pensem esdevindrà aviat una idea infantil, ja que mai podrem entendre del tot el món infinit.
- Un nen pot tenir pensaments més profunds que un adult.
- Els antics potser sabien millor que nosaltres el que és essencial a la vida .
- Tot el que vaig sentir, i ho dic sense cap vergonya, em va fascinar.

Sembla increïble, oi? Ho torno a repetir. Una educació nova és possible, si recuperem la confiança en els nostres petits adults, tan malmesa en el nostre sistema educatiu, massa pragmàtic i preocupat pel món tecnològic i del treball, encara llunyà. Potser arribi un dia en què tots els homes puguin estimar l'art i la ciència amb un cor obert al desconegut, amb independència de la feina que facin i de la seva posició social.

El tercer camí de les matemàtiques és, doncs, el del llenguatge que parla del món i al món, d'aquest món i *del que s'amaga darrera d'ell*: és el llenguatge amb què la física, nua de tot pragmatisme, comença a *balbotejar* sobre la realitat que l'envolta i on la bellesa sorgeix sense buscar-la. Cap altra disciplina científica, amb l'excepció, potser, de les ciències de la consciència, arriba tan lluny. Totes fan descripcions de la superfície del Món sense aprofundir-hi. Es mouen dins del món, però no hi penetren al Món. Només la física hi penetra dins el que hi ha més enllà del món. Seguint *Reneé Weber*, les matemàtiques serien la partitura perduda que caldria descobrir i que ens faria intuir la musicalitat oculta del món.

DUES REFLEXIONS FINALS

Albert Einstein deia que la unió de la bondat, la veritat i la bellesa constituïa l'ideal màxim a què podia aspirar l'home. Els principis matemàtics de la física estan plens de bellesa i apunten tímidament cap a la veritat oculta. Quan nosaltres observem aquells principis amb un cor bondadós tenim la més gran experiència que l'home pot viure, com afirmava el mateix Einstein: l'experiència del misteri. I nosaltres afegim, el misteri de la unitat profunda del món, de tots els esdeveniments i de tots els temps, del que ha esdevingut en el passat, del que esdevé en aquest present i del que esdevindrà en el futur. **La Bellesa ens impulsa cap a la Veritat inabastable, Misteri etern de la Unitat o de l'Amor del món.**

Per acabar, ens cal fer-ne una darrera reflexió: per què les matemàtiques descriuen tan harmoniosament el món? En realitat no descriuen el Món, sinó la visió que nosaltres tenim d'Ell, el nostre món. Nosaltres hi pertanyem i la ment humana, matemàtica en part, és com un mirall un xic deformat que fa que el Món se'ns mostri així. No podia ser d'una altra manera. En aquest sentit, la realitat no és ni quàntica, ni clàssica, ni relativista. Només ho és el coneixement amb el qual nosaltres anem al seu encontre, a través d'un dels llenguatges amb què ella ens parla: el llenguatge de les matemàtiques.

Antoni Mussons i Requesens
Catedràtic de Matemàtiques
Ex professor (jubilat) de l'IES Puig Castellar

V. FEM MATEMÀTIQUES. HISTORIA D'UN CONCURS

Donem a continuació uns breus comentaris d'alguns dels nostres alumnes com si fos la petita història de la nostra participació al concurs Fem Matemàtiques.

FEM MATEMÀTIQUES 2002

El dissabte 13 d'abril vam anar al Prat de Llobregat a celebrar la segona fase del concurs "Fem Matemàtiques 2002", organitzat per l'ABEAM, amb el suport de la Universitat Politècnica de Catalunya

El grup que representava el nostre institut, l'IES Puig Castellar, estava format per Francisco Cruz Illán, Samuel López Perales i jo mateixa, tots del grup de 1r A d'ESO.

En arribar, cadascú amb els seus pares, a l'IES Salvador Dalí, del Prat de Llobregat, observàrem la quantitat d'alumnes que es presentaven al concurs i havien arribat a la segona fase com nosaltres. Ens vam trobar tots junts per agafar les etiquetes d'identificació, cadascú amb el nom corresponent, anar al pati a escoltar unes breus paraules de presentació, dir adéu als pares i als nervis i ... apa!, l'emoció comença amb la prova individual.

A tots els alumnes de 1r d'ESO ens van posar en una classe amb cadires i taules on hi havia dos fulls en blanc (en veure allò no sabia si s'havia de fer una redacció o uns exercicis de mates), al costat una carpeta verda amb enganxines de Poblet (és on s'hauria de fer la tercera i última fase del concurs), un boli de "La Caixa" (amb el que estic escrivint ara), i un "Kit Kat" (pensava que seria una mica d'esmorzar). En estar tots acomodats ens van repartir un full on hi havia tres problemes que al final de l'escrit reproduiré.

En acabar aquesta prova vam anar a esmorzar. Ens van donar un tiquet per a un entrepà i una beguda (d'un "Kit Kat" a un bon entrepà ...) i ens el vam menjar al pati. Allà vam conèixer altres nois i noies que també esmorzaven.

I seguidament la segona prova, la de grup. Ja estàvem tots preparats, quan de sobte, ens porten a unes pistes. Havíem de fer la segona prova al pati, i consistia en calcular quant costaria posar gespa a tot aquell tros de pati. Com podeu suposar havíem de calcular l'àrea d'aquell terreny que, per cert, tenia forma irregular. Ens van donar un plànol per a ajudar-nos. Havíem de mesurar totes les dimensions del terreny amb un cordill d'un metre de longitud (aquest cordill me'l vaig guardar de record i un professor me'l va prendre) i després fer unes quantes operacions.
Per acabar vam marxar tots cap el "Teatre Modern" del Prat de Llobregat. Anant pel carrer, miraves cap enrera i no s'acabava la cua de nois i noies.
En arribar al teatre ja ens esperaven els pares que estaven més nerviosos que nosaltres. El teatre era ple fins dalt de gent. Van trigar una mica a dir els guanyadors. Hi havia diferents nivells: 6è de primària, 1r d'ESO, i 2n d'ESO. Van començar a donar premis als petits, primer els individuals i després els de grup.
Nosaltres no vam guanyar cap premi, ni individual ni de grup. No van dir els nostres noms per a passar a la tercera fase (que és tota de proves individuals), però espero repetir aquesta experiència, perquè va ser molt divertida, ens ho vam passar molt bé i vam aprendre moltes coses. Segons la Margarida, la nostra professora, vam estar a

punt de ser nosaltres els guanyadors de grup. Però el que és més important és haver arribat fins aquí i sobretot, participar.
Gràcies als pares per no haver-se separat de nosaltres i donar-nos el seu suport.
Ara reproduiré les tres preguntes de la prova individual. Si algú les vol resoldre i contrastar les seves solucions amb les nostres pot posar-se en contacte amb qualsevol del nosaltres (els tres alumnes que vam participar en la prova).

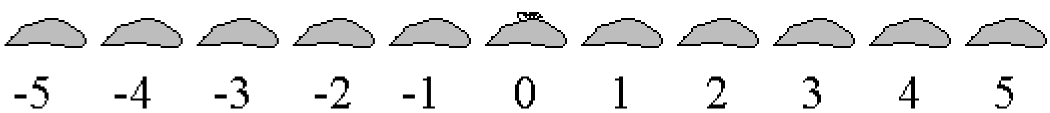
Prova individual. Primer d'ESO

1. La Joana té una finca de presseguers tots perfectament arrenglerats i, molt matemàtica ella, ahir va decidir collir préssecs arbre no, arbre sí, és a dir, el primer no, el segon sí... i justament al darrer arbre li va tocar collir-ne.

Avui hi ha tornat i ha decidit collir-ne de cinc en cinc: o sigui, començant des del primer, en quatre no en cull i en el cinquè sí... I ha observat dues coses molt curioses, de fet tot el que va de nombres ella ho troba molt curiós! La primera és que quan ha acabat de collir préssecs li quedaven tres arbres sense collir per arribar al final de tot; i la segona és que en 24 dels arbres, on havia de collir, els préssecs ja estaven collits d'ahir.

Quants presseguers té la Joana?

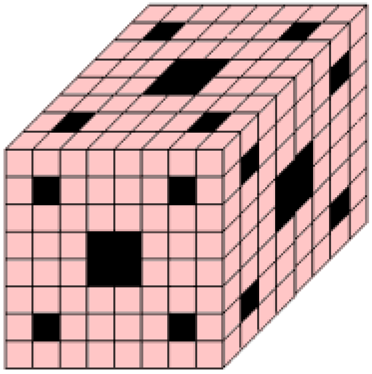
1. Una simpàtica formiga està situada damunt de la pedra central d'una renglera d'onze pedres, prèviament numerades com veus a la imatge



Cada vegada que nosaltres llancem una moneda corre cap a una pedra, immediatament al costat de la que està en aquell moment. Si surt cara, corre cap a la pedra que té un número més alt (la de la dreta), i si surt creu corre cap a la pedra que té un número més baix (la d el'esquerra).

   a. Al cap de dues vegades de llançar la moneda, on pot estar la formiga? (Indica totes les possibilitats) On és més probable que estigui?
   b. I on pot estar al cap de tres vegades de llançar la moneda? On és més probable que estigui?

2. En el cub que veus a la imatge format per cubets unitaris, s'han extret algunes fileres de cubets que van d'una cara a la seva oposada. A la imatge aquest efecte de buidar fileres de cubets està representat per quadrets negres a la cara corresponent.



Quants cubets se n’han tret i quants en queden doncs a la figura?

Virginia Zaldívar Puigmal (1r d’ESO)

Cuando llegamos al instituto (el Salvador Dalí, de El Prat de Llobregat) estuvimos un rato esperando fuera hasta que abrieron la puerta. Dentros nos dieron unas pegatinas con nuestros nombres. Luego salimos al patio, nos recibieron y nos llevaron a hacer la prueba individual. Entramos en un aula y nos sentamos. En cada mesa había una carpeta, un bolígrafo, unas hojas en blanco y una chocolatina. Después de resolver tres problemas, salimos otra vez al patio y nos dieron el almuerzo, un bocadillo y un zumo. Estuvimos un rato por el patio y después nos llamaron para hacer la prueba de grupo. Consistía en averiguar cuánto costaría poner hierba en el patio. Nos dieron una cuerda que medía un metro y nos pusimos a medir el patio. Cuando terminamos, fuimos al teatro Moderno a presenciar la entrega de premios. A nosotros sólo nos correspondió un diploma, que se llevó la profesora de matemáticas para entregárnoslo públicamente el día de Sant Jordi, y volvimos para casa.
Francisco Cruz Illán (1r d’ESO)

Crec que ha estat una experiència molt bona i voldria tornar a repetir-la. Hem après moltes coses de Matemàtiques.
Per a mi el més important va ser que ens van agafar per a la segona fase, que era molt difícil perquè hi havia uns 150 nois i noies de tots els col·legis i instituts del Barcelonès. No vam guanyar res però vam quedar segons a la prova de grup que també era molt difícil.
Espero que l’any que ve us toqui anar-hi a vosaltres, que segur que aprendreu moltes Matemàtiques, fareu nous companys i us ho passareu molt bé.

Samuel López Perales (1r d’ESO)

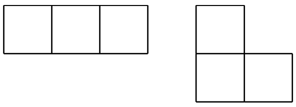
FEM MATEMÀTIQUES 2003

Alguns alumnes de l’IES Puig Castellar van participar en el concurs “Fem Matemàtiques 2003” el mes de febrer de 2003. Aquests alumnes mereixen el nostre reconeixement i per això els mencionem aquí:

Patrícia Peregrí (1r A)
Tamara Roldán (1r A)
Mª Carmen Rosa (1r A)
Victòria Àrias (1r A)
Laura Núñez (1r A)
Begoña Curero (1r A)
Cristina Ruz (1r A)
Patrícia González (1r A)
Naila Albarracín (1r B)
Cèlia Arroyo (1r B)
Elena Pazo (1r B)
Mª Isabel Andújar (1r B)
Virgínia Zaldívar (2n A)
Francisco Cruz (2n A)
Víctor Santos (2n A)
Joan Díaz (2n A)

S’ha de dir que les alumnes del 1rB van superar la primera fase del concurs i van passar a la segona. Enhorabona!
Aquests són els problemes de 1r i 2n d’E.S.O. que els vostres companys van haver de resoldre. Us els presentem aquí. A veure qui s’anima a trobar-ne la solució.

1. Amb dos quadrats iguals es pot formar un dòmino. Amb tres quadrats iguals només es poden formar dos triminos: una barra de tres i una “L”.



Amb quatre quadrats iguals quants tetraminos és poden formar? I amb 5 quadrats quants pentaminos?

Un cop tinguis construïts tots els pentaminos possibles, et proposem el següent trencaclosques. Tria un dels pentaminos i construeix-ne un amb la mateixa forma però doblant les mesures dels costats. Quan l’hagis acabat, has d’encaixar exactament a dintre seu (no pot quedar cap quadradet lliure ni es poden encavalcar) quatre pentaminos (no cal que siguin diferents). Aquest trencaclosques es pot fer amb tots els pentaminos ?.

2. Diuen que quan Arquimedes va descobrir el principi de la física que du el seu nom va exclamar “EUREKA!” que vol dir en grec, “Ja ho he trobat!”. Aquesta anècdota, segons la tradició, va anar de la manera següent:

El rei Hieró II de Siracusa va encarregar a un joier que li fes una corona i a tal fi, va ordenar que es donés al joier la quantitat d’or i de plata necessària. Quan el joier va lliurar la corona al rei, aquest va ordenar que la pesessin i va resultar que pesava el mateix que la quantitat total d’or i de plata subministrada. Però el rei no es fiava del joier… Sospitava que havia substituït part de l'or per plata. Llavors va fer cridar el savi Arquimedes i li va proposar de trobar quina era la composició de la corona. Arquimedes ho va resoldre partint del fet que l'or pur quan es submergeix a l'aigua perd 1/20 del seu pes, mentre que la plata en perd 1/10.

Ara us proposem que feu vosaltres d'Arquimedes:

Quina quantitat d'or i de plata té realment la corona sabent que el rei havia donat al joier 8 kg d'or i 2 kg de plata i que dins de l'aigua la corona pesa 9,25 kg?

3. Els egipcis tenien una manera de multiplicar molt enginyosa. Quan havien de multiplicar dos nombres, com per exemple 365 per 18, ho feien de la següent forma:

Disposaven els dos nombres com a capçaleres de dues columnes que anaven formant de la següent manera: sota el nombre més gran hi posaven el doble (per exemple sota el 365 el seu doble 730), mentre que a la columna encapçalada pel nombre petit anaven posant la meitat del nombre de sobre si aquest era parell (sota el 18 el 9) i si era senars hi posaven la meitat per defecte (sota el 9 el 4).

365	**18**
730	9
1460	4
2920	2
5840	1

Quan en aquesta columna arribaven a 1, paraven de posar nombres a les columnes i eliminaven totes les files en les que les meitats eren nombres parells (en el nostre exemple les files 365 18, 1460 4 i 2920 2.)

~~**365**~~	~~**18**~~
730	9
~~**1460**~~	~~**4**~~
~~**2920**~~	~~**2**~~
5840	1

i els nombres que quedaven sense eliminar de la columna de dobles els sumaven (en el nostre exemple 730+5840=6570) i aquest és el resultat de la multiplicació.

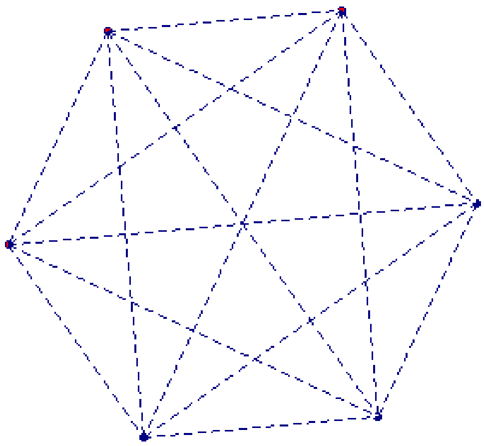
Posa't altres exemples i comprova que aquest mètode realment funciona. Com hauria de ser el nombre petit per què no fos precís d'haver de fer cap suma? Sabries dir per què funciona aquest mètode?

4. En Jordi i la Loubna juguen el següent joc: en un paper hi marquen sis punts que més o menys formen un hexàgon regular i agafen dos llapis de diferent color un per cada un.

Cada jugador, al seu torn, ha d'unir, amb un segment recte, dos dels sis punts amb el llapis del seu color (*no s'hi val a dibuixar un segment ja dibuixat*). Perd el primer que forma un triangle amb els tres costats del seu color i que tingui els tres vèrtexs sobre l'hexàgon.

Sabries justificar que en aquest joc no hi pot haver empat? (un dels dos jugador ha de perdre per força, perquè quan s'hagin format tots els segments possibles segur que hi haurà un triangle amb tots els costats del mateix color).

Sabries trobar un desenvolupament del joc en el que durant les primeres 14 jugades no es formés cap triangle amb els tres costats del mateix color i a la quinzena (la darrera possible) es formessin dos triangles del mateix color?



FEM MATEMÀTIQUES 2004

Alguns alumnes de l'IES Puig Castellar van participar en el concurs "Fem Matemàtiques 2004" el mes de febrer de 2004. Aquests alumnes mereixen el nostre reconeixement i per això els mencionem aquí:

Simón Topchyan (1r A)
Gisela Ruíz Vega (1r C)
Rubén Ortuño Peñarrubia (1r C)
Alba González Rodríguez (1r C)

Montserrat Molina Reyes (1r C)
Silvia Ramírez Osuna (1r C)
Cristina Sánchez Lafuente (1r C)
Sara Barrero Sojo (1r C)

Sergio Toral Juan (2n A)
Naila Albarracín Ferrando (2n A)
Franc Vázquez Ortiz (2n A)
Alba Cano Gallegos (2n A)

S'ha de dir que els quatre primers van superar la primera fase del concurs i van passar a la segona. Enhorabona!

Aquests són els problemes de 1r d'ESO que els vostres companys van haver de resoldre en les proves individuals i de grup de la segona fase. A veure qui s'anima a trobar-ne la solució.

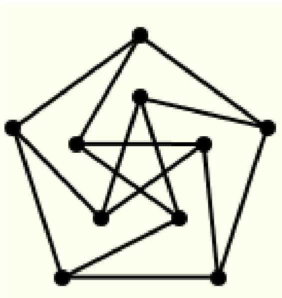
PROVA DE GRUP

1. En una competició consistent a tallar troncs d'arbres, un concursant va aconseguir tallar un tronc en 5 parts en 20 minuts.
Sabent això, contesta aquesta pregunta:

Quant trigaria aquest mateix concursant a tallar un tronc de les mateixes característiques en 10 parts?

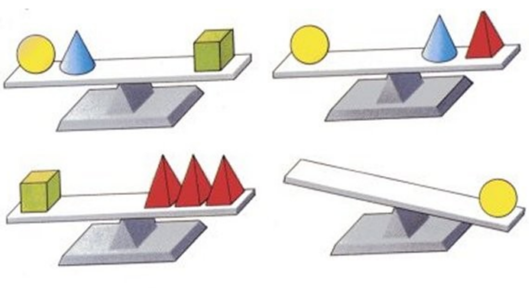
2. El número 4 es pot escriure de 5 maneres diferents: 4, 3+1, 2+2, 2+1+1, 1+1+1+1. Per això direm "*que el número 4 té 5 particions*". Quantes particions té el número 6?

3. Volem acolorir els punts de la figura adjunta de manera que no hi hagi cap parell de punts units per un segment de la figura que siguin del mateix color.



Quin és el mínim nombre de colors diferents que necessitarem per aconseguir l'objectiu indicat?

4. Quantes piràmides vermelles calen per equilibrar la darrera balança?

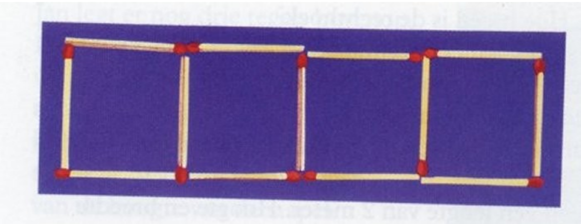


5. L'Anna té un 5,5 de mitjana dels quatre primers exàmens del trimestre. Quant ha de treure al proper examen perquè la mitjana del trimestre sigui d'un 6?

6. De 25 rajoles, 9 són blaves, el 48% són blanques i la resta vermelles.
a) Digueu quantes rajoles són blanques.
b) Digueu quin percentatge de rajoles són blaves.
c) Digueu quin percentatge de rajoles són vermelles

7. Quina és la suma de totes les xifres que formen el nombre resultant de restar 92 a 10 elevat a 92?

8. Observant el gràfic següent:



Ompliu la taula

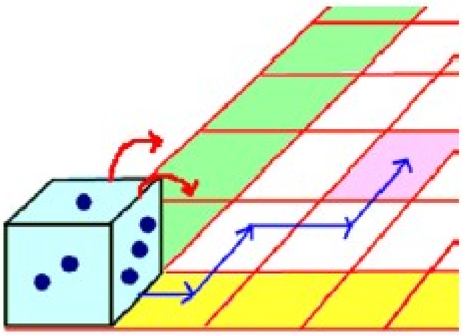
Nombre de quadrats	1	3	5	6	8	10	12
Nombre de llumins							

Trobeu una expressió que relacioni el nombre de llumins amb el nombre de quadrats.

Nombre de llumins ………………

PROVA INDIVIDUAL

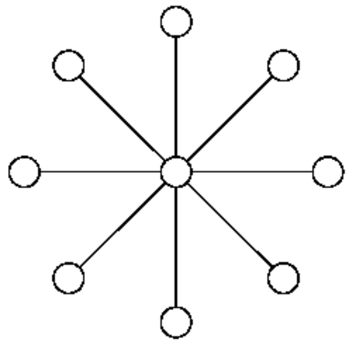
1.–Tenim un dau situat en un dels racons d'un engraellat, tal com es pot veure a la figura.



El dau és especial: només té 1, 2 i 3, de manera que a la cara oposada a un número hi ha el mateix número. Aquest dau es pot moure cap a la dreta o cap amunt girant sobre una de les arestes. Tal com està ara a la figura, si el dau es mou cap amunt el 2 passarà a estar a la cara superior i l'1 que es veu passarà a la cara del darrera; si es mou cap a la dreta el 3 que es veu passarà a estar a sota i l'1 a la cara de la dreta. I així successivament.
a) Quina cara **no** hi haurà mai a sobre del dau quan arribi a una casella de color groc? I a una de color verd?

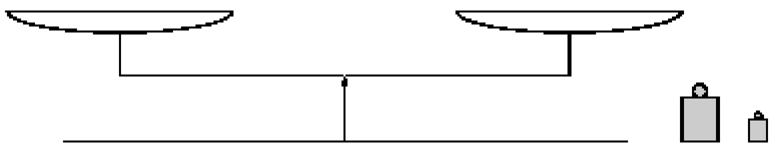
b) Quina cara hi haurà a sobre del dau quan arribi a la casella de color rosa anant pel camí assenyalat?
c) Quines cares es poden veure a sobre del dau quan arribi a la casella de color rosa pels diversos camins per on hi pot anar?

2.–Observeu la figura següent, que consta de nou cercles units per segments



a) Escriviu cadascun dels nombres de l'1 al 9 en un dels cercles, de forma que les sumes dels tres nombres que hi ha sobre cadascun dels 4 segments siguin iguals.
b) Quins nombres no poden estar en el cercle central? Per què?
c) En l'apartat a) es pot trobar més d'una solució. Busqueu-ne dues més fent servir, en el cercle central, dos nombres diferents al que heu utilitzat en l'apartat a).

3.–Disposem d'una balança de dos plats i de dos pesos, un de 200 g i un altre de 50 g.

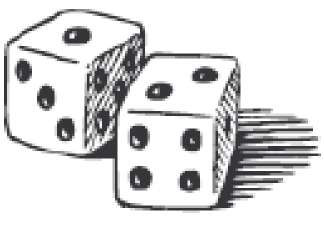


Expliqueu com ho farem per aconseguir pesar 375 g de sucre.

FEM MATEMÀTIQUES 2006

Primer d'ESO

PROBLEMA 1.



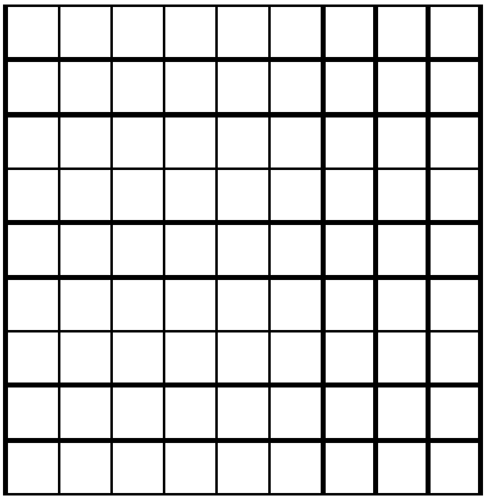
Els daus de colors
La Mireia té tres daus de colors, un és de color blau, un altre de color groc i l'altre de color vermell. Tira tots tres daus a la vegada i suma el valor dels punts que li han sortit.
Una de les vegades ha sumat 12, perquè al dau blau li ha sortit un 5, al dau groc un 3 i al dau vermell un 4. Fixeu-vos que també podria haver estat d'una altra manera: un 3 en el dau blau, un 4 en el dau groc i un 5 en el vermell, i també obtindria un 12.

1) Això li fa pensar la següent pregunta: *De quantes maneres diferents puc obtenir un 12 en llançar aquests tres daus?* Ajudeu-la vosaltres a respondre.

2) Ara vol mirar d'esbrinar tots els possibles nombres que pot obtenir en sumar els punts de llançar aquests tres daus i quantes maneres diferents té d'obtenir cada un d'aquests resultats. Feu un estudi que expliqui totes aquestes possibilitats i tracteu de mostrar-ho de la manera més clara possible.

PROBLEMA 2.

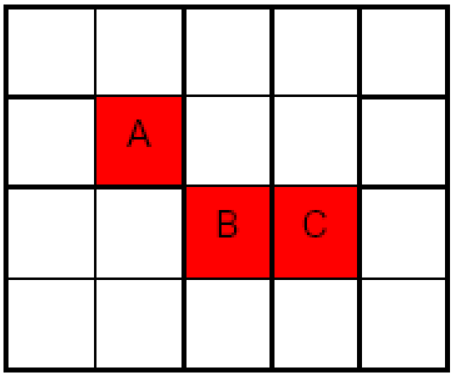
Les cartes quadrades



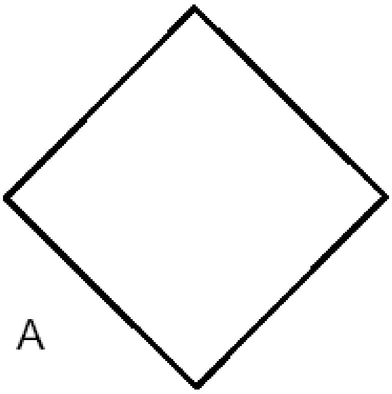
En Miquel té un joc de 81 cartes quadrades, totes de les mateixes dimensions. Cada carta té una cara vermella i una altra cara blanca.
En Miquel col·loca totes les cartes unes al costat de les altres, amb la cara blanca mirant cap al damunt i formant amb totes elles un quadrat gran (com el de la figura).

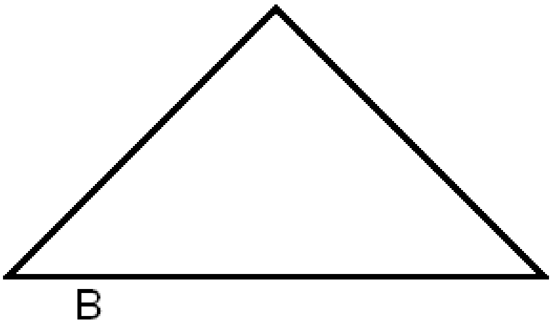
Ara el joc li demana girar cartes, de manera que en quedin el màxim nombre possible amb la cara vermella al damunt, però amb una condició:
que cada carta de color vermell tingui almenys 7 cartes *veïnes* que siguin blanques.

Què vol dir això? Una carta és *veïna* d'una altra si tenen en comú un costat o un vèrtex. Observa el següent exemple que et mostra només una part d'aquell gran quadrat.

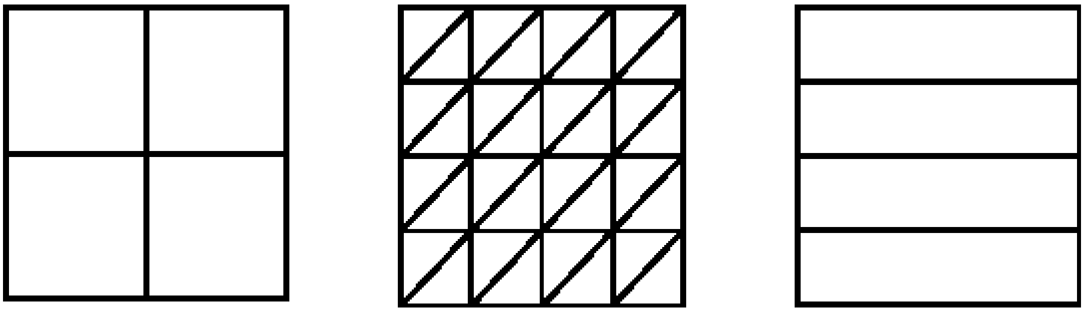


La carta A i la carta C tenen 7 cartes veïnes blanques; però la carta B té només 6 cartes veïnes blanques.
Ajudeu el Miquel: Quantes cartes es poden girar com a màxim?





PROBLEMA 3.

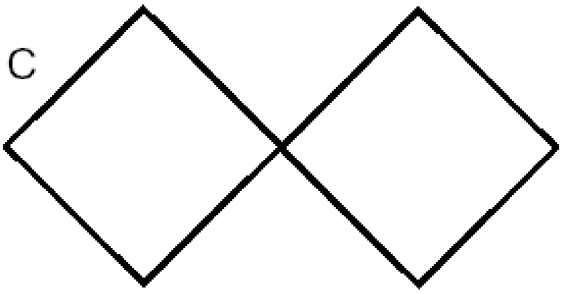


Enrajolant i desenrajolant rajoles

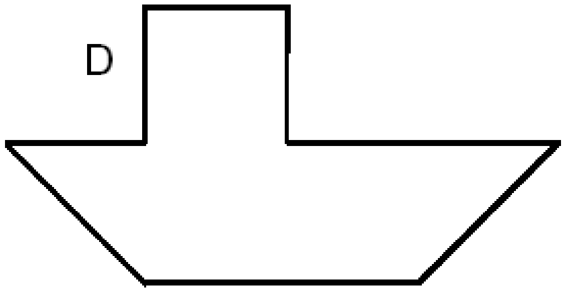
La figura següent la podríem recobrir (enrajolar) de diferents maneres utilitzant sempre peces iguals; observa'n unes quantes:

Pel mateix motiu, cadascuna de les següents sis figures pot ser recoberta (enrajolada) de moltes maneres.
1) Podríeu trobar quina és la peça més gran que us permet recobrir qualsevol de les sis figures? Tingueu presents les següents condicions:
totes les peces han de ser iguals
en cadascuna de les figures s'han de poder fer servir les mateixes peces
2) Podríeu comparar l'àrea de les sis figures? Raoneu-ho
3) Podríeu comparar els perímetres? Hi ha alguna relació entre el perímetre de cadascuna de les sis figures i la peça que feu servir per enrajolar? Ens podríeu convèncer de les vostres conclusions sense necessitat d'haver de prendre mides?
4) De totes les figures possibles que es podrien recobrir amb la peça que heu dissenyat a l'apartat 1), tant les que se us mostren en aquest full com les que us pugueu inventar vosaltres, quina és la que té màxim perímetre? quina és la que té mínim perímetre? Per poder respondre això, cal fixar-nos dues condicions:
només farem servir 8 peces de les que heu dissenyat a l'apartat 1)
dues peces han de tenir sempre com a mínim un costat en comú (per exemple les peces C i F, no compleixen aquestes condicions)

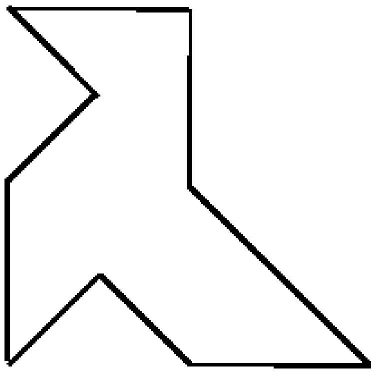
C



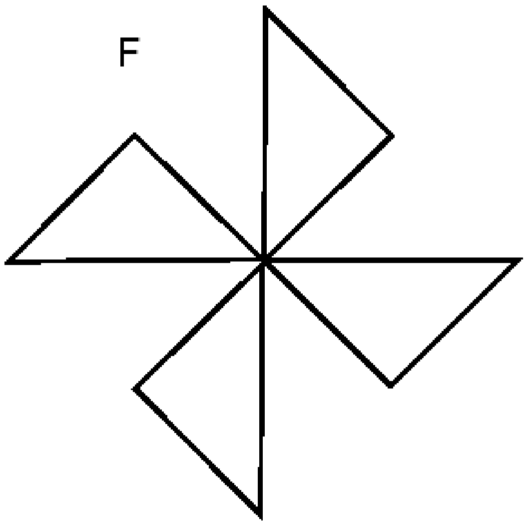
D



E



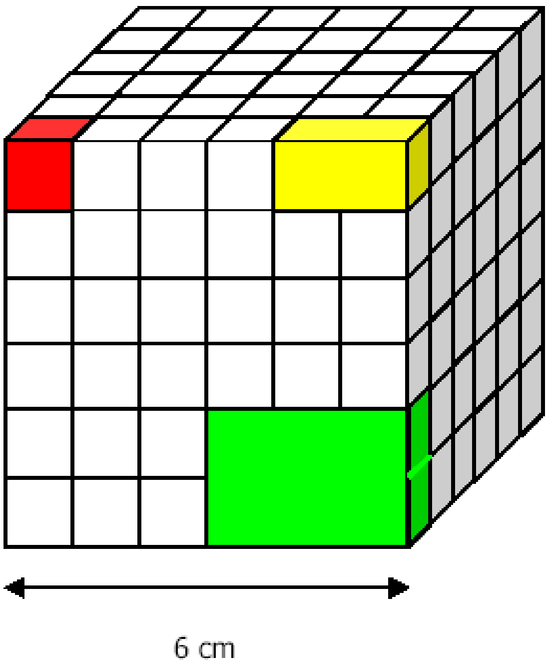
F



Segon d'ESO

PROBLEMA 1

Construïm Cubs



Estem buscant peces ortoèdriques de tal manera que utilitzant només moltes peces iguals a les trobades puguem construir un cub de costat 6cm. Al dibuix en teniu tres exemples. Una peça vermella de costats 1cm×1cm×1cm, una peça groga de costats 2cm×1cm×1cm i una peça verda de costats 3cm×2cm×1cm

Quantes peces ortoèdriques de costats 1cm×1cm×1cm necessitaríeu per a construir aquest cub? I si només utilitzem peces de costats 2cm×1cm×1cm? I només amb peces de 3cm×2cm×1cm?
Investiga totes les peces ortoèdriques amb costats sencers (no decimals) que podrien existir i amb les quals, utilitzant només aquella peça, podríeu construir un cub com el de l'exemple. Quantes peces necessitaríeu en cada cas?
c) Quins tipus de peces i quantes en sortirien si volguéssim construir un cub de 9 cm de costat? I si fos de 12? I de 7? Expliqueu en quins casos trobem més quantitat de peces diferents i que ens permeten construir un cub de costat n.

PROBLEMA 2

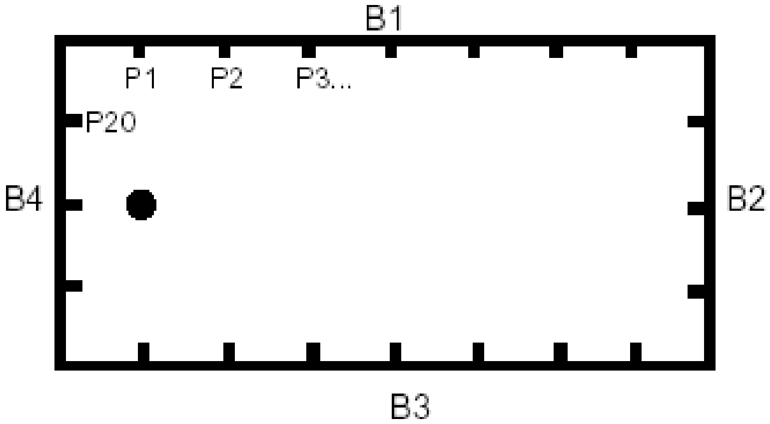
El Tsyanshidzi

El Tsyanshidzi és un antic joc d'origen xinès. Es juga partint de dues piles de pedres (o fitxes) amb una quantitat diferent a cada pila (es pot començar amb 6 i 7 fitxes i després anar variant el nombre de fitxes de cada pila). Cada jugador, al seu torn, pot retirar totes les fitxes que vulgui d'una de les piles, o bé treure fitxes de les dues piles, però en aquest cas la quantitat de fitxes que s'eliminin ha de ser la mateixa per a les dues piles. Qui aconsegueix retirar totes les fitxes que queden en aquell moment, guanya la partida.
Practiqueu el joc i digueu qui té avantatge, el primer o el segon jugador, segons el nombre de fixes inicial. Trobeu una manera de jugar que permeti guanyar sempre a un dels dos jugadors.

PROBLEMA 3

Billar

Estem jugant al billar en una taula de 2 metres de llargada per 1 metre d'amplada com la del dibuix. Fem una marca cada 25 cm a les 4 bandes del billar i col·loquem la bola en la posició que marca el dibuix (a 25 cm de la banda B4 i a mig metre de les bandes B1 i B3). En cadascuna de les cantonades tenim un forat. Anomenem totes aquestes marques amb P1, P2, P3... en sentit horari fins a P20.



a) Volem fer que reboti (sense efecte) sobre la banda B1 en el punt P3. En quina banda acabarà impactant després? En quin punt d'aquesta banda?
b) Ara volem que després de rebotar sobre la banda B1 acabi impactant sobre el punt P14. En quin punt de la banda B1 la faríeu rebotar?
Canviem de posició la bola: la col·loquem a mig metre de la banda B4 i a mig metre de les bandes B1 i B3. En aquesta nova posició:
c) Feu que reboti sobre la banda B1 en el punt P4. En quin punt acabarà impactant després?
Tornem a canviar la posició de la bola: la col·loquem a 75cm de la banda B4 i a mig metre de les bandes B1 i B3. En aquesta nova posició:
d) Si volem ficar la bola en el forat que hi ha en la cantonada que forma la banda B1 i B2 i que reboti a la banda B3, en quin punt de la banda B1 hauríeu de fer rebotar la bola?
e) Si donem una força a la bola perquè faci un recorregut de 3m, tindrà prou recorregut per arribar al forat o es pararà abans?
f) Feu un estudi de diferents posicions inicials i recorreguts que pot tenir la bola si només volem que reboti a les bandes B1 i B3 i acabar al forat de les cantonades. Quin és el recorregut més llarg i més curt en cada cas?

*

Hace tres o cuatro años —por recomendación de Carolina Sintes, profesora de matemáticas en el IES Puig Castellar, donde era y sigo siendo alumno—, leí un best séller titulado *El tío Petros y la conjetura de Golbach*, de Apóstolos Doxiadis, matemático y escritor griego. El narrador del libro descubre que su tío Petros, considerado la oveja negra de la familia, había sido en otro tiempo un genio matemático y que, sin embargo, había desperdiciado su talento. Su curiosidad le lleva a preguntarle a su tío sobre el asunto, e incluso decide hacerse matemático. Petros se niega a que su sobrino desperdicie su vida con las matemáticas. Al ver que la cabezonería del joven es superior a su poder de convicción, decide proponerle un juego: deberá resolver un problema matemático en verano; si lo consigue, no sólo no se opondrá a que estudie para matemático, sino que le dará todo su apoyo. Así le propone lo siguiente: demostrar matemáticamente que todo número par mayor que 2 puede escribirse como suma de dos números primos. Ingenuo, el narrador de la historia devana los sesos intentando resolver el enigma, que consiste en realidad en uno de los más complicados problemas de la matemática: la demostración de la conjetura de Goldbach, un problema muy superior a sus capacidades y aún sin un resultado exacto actualmente.

En una situación parecida se habrán encontrado alguna vez los participantes del concurso *Fem Matemàtiques*, que este año tiene sede en el IES Puig Castellar. Aunque ni los problemas propuestos son tan difíciles y traicioneros, ni el resultado es tan crucial para los participantes. El concurso trata más bien de divertirse con las matemáticas, aunque *diversión* y *matemáticas* parezcan para muchos (excepto para los matemáticos, pero también para los matemáticos en muchas ocasiones) cosas tan opuestas como el día y la noche. ¿Cómo es posible entonces unir esos dos conceptos en un evento? Yo no lo creía posible al principio y, de hecho, la diversión no se halla en causarse uno jaquecas intentando solucionar problemas matemáticos, aunque sí es verdad que resolverlos proporciona cierta satisfacción. El secreto radica en el hecho de trabajar en equipo, en el hecho de encontrarse ante una situación difícil y tener que resolverla con la única ayuda de cuatro cerebros de estudiantes de secundaria, entre lo cuales se encuentra el tuyo.

A veces aún vuelve a mi mente como anécdota divertida el momento en que dos compañeros de clase (de cuyos nombres ellos seguramente preferirían que no me acordase) y yo nos encontrábamos en medio del patio de un instituto de El Prat, con un puñado de hojas, bolígrafos, una carpeta y dos cordones entre las manos, en plena segunda fase del concurso *Fem Matemàtiques* 2001, a la que acudimos acompañados de Margarida Mercadal, también profesora de matemáticas en nuestro centro y que fue quien nos animó a participar. Cualquiera que nos hubiese visto hubiera pensado cualquier cosa menos que estábamos intentando resolver un problema matemático. No recuerdo exactamente el enunciado del problema, pero venía a ser algo así como que teníamos que calcular el área del patio que podía recubrirse de césped, eso sí, con la extraordinaria ayuda de dos cordones de un metro de largo cada uno. No sabíamos si reír o llorar, así que para descargar emociones, empezamos a medir distancias como posesos, sin orden ni método, mientras nos reíamos de nuestra torpeza. Recuerdo también que había llovido hacía poco y que uno de los folios con datos que habíamos apuntado se nos cayó en un charco. No conseguimos pasar la prueba, pero ¿y lo bien que nos lo pasamos?

Espero que las futuras generaciones de concursantes se lleven igualmente una experiencia positiva y… ¿quién sabe?, ¡quizá algún día futuro consigan resolver uno de esos grandes enigmas de la matemática de nuestro tiempo! Pero, eso sí: antes que intenten superar las pruebas del concurso.

Francisco Cruz Illán (2º de Bachillerato)

*

VII. MATEMÀTIQUES LITERÀRIES (Auxili, Lite, no m'agraden les Mates!)

Quan jo era més jove, és a dir, fa gairebé 50 anys i tenia la vostra edat, no m'agradaven les matemàtiques: les suspenia.

Tenia clar que el meu eren les lletres i em resignava a pensar que en el món convivien dos tipus de persones, contraposades en aptituds i interessos: els pragmàtics i realistes que, experts en xifres, dominaven l'economia i, per tant, la societat, i els idealistes com jo, que, interessats per coses tan inútils com l'art o la poesia, la faríem més humana.

Amb el pas dels anys, i amb la perspectiva que aporten els pocs coneixements que he anat acumulant, me n'ha adonat de l'equivocat que estava amb aquesta concepció tan maniquea i simplista: segueixo sense entendre-hi un borrall en mates, però he anat descobrint que aquelles dues línies que creia divergents o, com a molt, paral·leles, són complementaries i que la mesura i les proporcions matemàtiques són qualitats indispensables de tot art: sigui la música i la poesia (marcades pel ritme) o l'escultura i la pintura (que exigeixen, també, proporcions *àuries*).

Així anava descobrint que molts dels escriptors que m'agradaven, des d'Omar Kayyam a Lewis Carroll, l'autor de *Alícia a la Terra de les Meravelles*[1], eren abans que res matemàtics. I que hi havia matemàtics com Bertrand Russell que guanyaven el Premi Nobel de... Literatura (1950). I que les matemàtiques estaven omnipresents en escriptors com Borges (*El Aleph*...), Raimon Queneau o Miquel de Palol.

Per això, en aquest article, voldria parlar-vos de novel·les que us poden fer perdre la por a les matemàtiques, però abans, deixeu-me que també us les relacioni amb la poesia.

Els nombres i la combinatòria a la poesia

La poesia també conté càlcul matemàtic perquè la seva musicalitat s'obté per una regular proporció de síl·labes àtones i tòniques (peus mètrics) i la mesura dels seus versos[2].
A més, la poesia de tots els temps ha inclòs nombres, des de les fórmules populars de les cançons dels jocs infantils i les fórmules rituals, com aquestes:

A la una, anda la mula.
A las dos, anda el reloj.
A las tres, machaca el almirez.
A las cuatro, anda el gato.
A las cinco, pega un brinco.
A las seis, juega Moisés.
A las siete, el diablo se mete.
A las ocho, come tu bizcocho.
A las nueve, nadie se mueve.

[1] Lewis Carroll, a més d'assaigs matemàtics, també va escriure *Un conte embrollat*, col·lecció de breus contes on es plantegen endevinalles i problemes de lògica i càlcul.
[2] Al Renaixement hi havia un complicat joc, dit *Ritmomachia*, basat en la poesia i els nombres.

A las diez, pasa el cienpiés[3].
El mal de mare té nou branques:
De nou, torna a set;
De set, torna en cinc;
De cinc, torna a tres;
De tres, torna en una;
La Santíssima Trinitat
Feu la gràcia que N...
Sigui curat ben aviat[4].

Passant per les endevinalles (en castellà, *las enigmas*) del *Siglo de Oro*:

Cuatro son seis; seis son cuatro;
Siete son cinco; y veréis
Que ocho no son más que cuatro;
Y veinte sólo son seis.
Francisco Acuña de Figueroa, *Poesía diversa*[5]

O els poemes visuals barrocs[6] o contemporanis[7]

Avec mes yeux je vois $\frac{\frac{m}{n}\left(\sqrt[q]{\frac{de}{(cb-a)f}}+h-i\right)^{j}+kl+o}{p}$

Avec mes oreilles j'entends $\frac{\frac{m}{n}\left(\sqrt[q]{\frac{de}{(cb-a)f}}+h-i\right)^{j}+kl+o}{pq}$

Avec mes mains je giffle $\frac{\frac{m}{n}\left(\sqrt[q]{\frac{de}{(cb-a)f}}+h-i\right)^{j}+kl+o}{pq+r}$

Avec mes pieds j'écrase $\frac{\frac{m}{n}\left(\sqrt[q]{\frac{de}{(cb-a)f}}+h-i\right)^{j}+kl+o}{(pq+r)s}$

Avec mon sexe je fais l'amour $\frac{\frac{m}{n}\left(\sqrt[q]{\frac{de}{(cb-a)f}}+h-i\right)^{j}+kl+o}{\sqrt[t]{(pq+r)s}}$

La longueur de mes cheveux $\frac{\frac{m}{n}\left(\sqrt[q]{\frac{de}{(cb-a)f}}+h-i\right)^{j}+kl+o}{\sqrt[t]{(pq+r)s}}-u$

Mon travail du matin $\frac{\frac{m}{n}\left(\sqrt[q]{\frac{de}{(cb-a)f}}+h-i\right)^{j}+kl+o}{\sqrt[t]{(pq+r)s}}-uv$

Observeu, com exemple, els següents poemes de Miguel d'Unamuno i de Joan Brossa.

---

[3] Cf. Gabriel Celaya, *La voz de los niños*. Editorial Laia, Barcelona, 1975, p. 60.
[4] Esteve Busquets i Molas, *Oracions, eixams i sortilegis*. Editorial Maideu, Ripoll, 1985, p. 285.
[5] Citat per José Luis Gárfer i Concha Fernández, *Adivinancero culto español* (vol. II). Editorial Taurus. Madrid, 1990, p. 87. (La solució: el nombre de lletres d'aquests nombres.)
[6] En el segle XVIII continuaven els jocs visuals del Barroc, com es pot comprovar en un exercici d'un alumne dels jesuïtes del Col·legi de Monte-Sion de Mallorca en honor de Carles III, on substituint les xifres per la lletra corresponent, es completa la quarteta: del triange: *los cegos el mes cego*. Cf. *Verso e Imagen. Del Barroco al Siglo de las Luces*. (Catàleg de l'exposició celebrada en la Calcografia Nacional, febrer- març de 1993, coordinada per José Mª Díez Borque.) Madrid, p. 113.
[7] Benjamín Péret, "26 points à preciser", *La gran jeu*. Paris, 1928 (fragment).

“Aritmética” [8], encara que empra l’estructura d’una coneguda cançó infantil, expressa tota la seva angoixa metafísica per la incertesa de la immortalitat. El poema visual de Brossa[9] condensa, amb sentit de l’humor, l’essència del sonet en el nombre de versos de les seves estrofes:

Aritmética

2 y 2 son 4.
4 y 2 son 6.
6 y 2 son 8,
Y 8, 16,
Y 8, 24,
Y 8, 32,
¡ánimas benditas,
Me arrodillo yo!

(*De una canción de rueda que, siendo yo niño, oí cantar a las niñas.)*

2x2 son 4,
2x3 son 6,
¡ay qué corta vida
La que nos hacéis!
3x3 son 9
2x5, 10
¿volverá a la rueda
La que fue niñez?
6x3, 18,
10x10 son 100.
¡Dios! ¡No dura nada
Nuestro pobre bien!
Y 0
¡La fuente y la mar!
¡Cantemos la tabla
De multiplicar!

SONET

4
4
3
_______3__
14

Un aspect interessant de tot això és la poesia combinatòria, el pare de la qual podríem considerar Ramon Llull, i que arriba als poemes combinatoris de Gerardo Diego, Cirlot[10], Raymon Queneau[11] i Palau i Fabre.

Fa anys, l’alcalde de Vespella, el pintor Rafael Bartolozzi, em va demanar de fer una escultura per al seu poble i, en homenatge a Ramon Llull, n’hi vaig plantar una, de 4 m

---

[8] Miguel de Unamuno, *Romancero del destierro* (Poesía completa, 2). Alianza Editorial, Madrid, 1987, pp. 398-399.

[9] Joan Brossa, *Rua de llibres*. Editorial Ariel, Barcelona, 1980, p. 352.

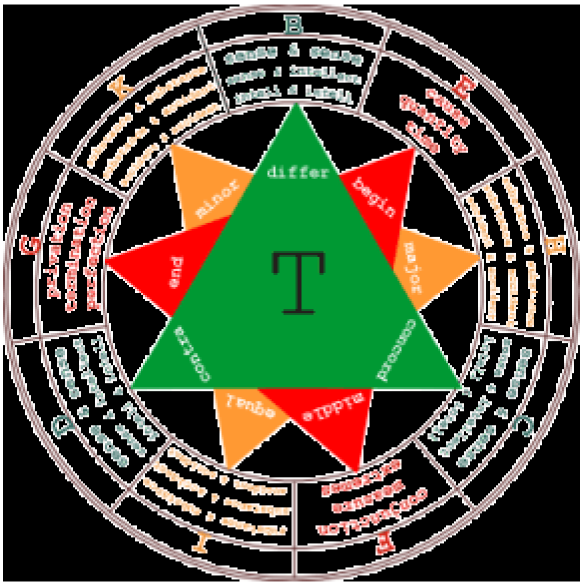
[10] Cirlot és el poeta més interessant de la poesia combinatòria en castellà. Veure, J.E. Cirlot, *Poesia 1966-1977*. Edició de Leopoldo Azancot. Editora Nacional, 1974, pp. 165-298.

[11] Cf. Raymon Queneau, *Cent mille milliards de poèmes*. Ed. Gallimard, Paris, 1961.

d’alçada, que vaig titular *Art de trobar veritat*. És un dodecàedre de ferro, que inclou una piràmide, i aquesta un cub, i aquest una gran pedra-gresol[12].

El dia de la inauguració, vaig repartir entre els assistents un poema fet amb rodets concèntrics de cartolina que, amb la combinatòria dels seus sintagmes, es generaven una increïble quantitat de bilions de poemes diferents[13].

La veritat és que no era massa original amb el meu joc poètic combinatori, ja que Ramon Llull (s. XIII), en el seu *Ars generalis ultima*[14], i el gran matemàtic barroc Caramuel[15] ja havien fet coses semblants, com podeu veure:

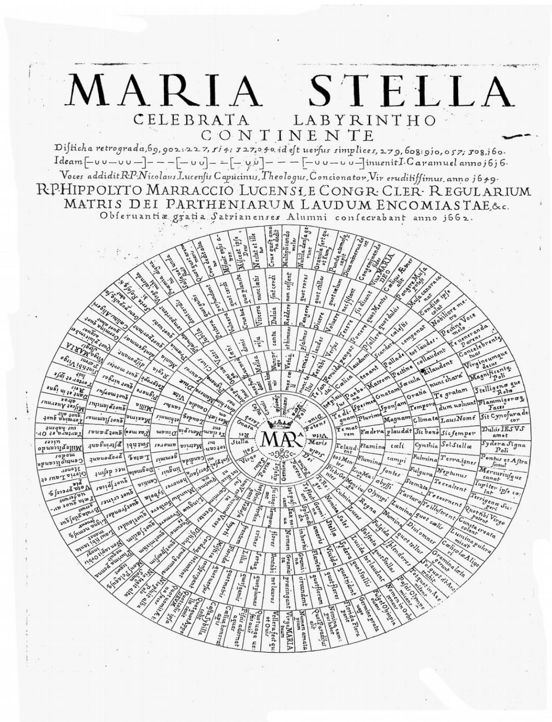


[12] Vespella de Gaià, al Tarragonès, té un interessant parc d’escultures pels seus voltants, entre les que destacaríem les de Perejaume i la de Gabriel. La meva la vaig dedicar a Ramon Llull perquè, en ser jurat d’un Premi de Poesia Visual que s’hi celebrava, volia considerar Llull el pare de la poesia visual catalana. L’escultura vol expressar la fusió (pedra) de l’islamisme (cub) dintre del cristianisme (piràmide trinitària) que ell volia expandir per tota la terra (dodecàedre).

[13] El meu poeme l’explica Màrius Serra a *Verbàlia*. Editorial Empuréis, Barcelona, 2000, pp. 161-162.

[14] [Llull] “mediante una serie de artefactos de su invención, ideó una mecánica de discos fijos y móviles susceptibles de establecer relaciones verbales. Pudo así combinar letras, triángulos, polígonos y estrellas, según un método de permutación, totalmente logístico, cuyo fin último era resolver todas las posibilidades de conocimiento. Leibniz, siglos después, propuso un lenguaje que tuviera la extensión y el funcionamiento de los números. La palabra-máquina de Descartes, como la lingüística matemática de Louis Hjelmslev, pertenecen de alguna manera a los fervores y experimentos del poeta catalán” (Armando Zárate, *Antes de la vanguardia*. Rodolfo Alonso Ed., Buenos Aires, 1976, pp. 51-52.)

[15] Joannis Caramuelis, *Primus calamos ab oculos ponens metametricam.* Roma, 1663. En aquest poema-pregària, dedicat a Crist, o en un altre de semblant dedicat a la Verge, mitjançant la combinatòria rotatòria dels discs, obté la quantitat de 69. 209. 227. 514. 327. 040 poemes. Cf. Jérôme Peignot, *Du calligrame*. Ed. Du Chêne, Paris, p. 65 i J. Molas. E. Bou, *Op. cit.* p. 115.



Dos problemes d'escacs

Sempre m'han interessat els escacs com a tema literari, i el cert és que també estan molt vinculats amb l'aritmètica i la geometria.

Són moltes les llegendes sobre l'origen dels escacs, però la més famosa parla del savi Sisa[16], que va demanar a l'arrogant rei que li oferia una recompensa per l'enginyós passatemps que li havia descobert, un gra de blat, doblant-ne la quantitat en cada casella del tauler.

El rei trobà ridícula la petició, fins que els seus savis li digueren, després de calcular-la, que les collites de blat de tota la terra, durant centenars d'anys, no bastarien per satisfer-la. (Són 9.223.372.036.854.755.808 grans.)[17]

Els ecos de la llegenda ja els trobem a Ramon Llull, per exemple, i arriba a novel·les com la de Carlo Frabetti, *Malditas matemáticas. Alicia en el País de los Números* (Alfaguara juvenil, Madrid, 2006, 12ª edició)[18]. En aquesta novel·la, una nena que detesta les Matemàtiques i que pensa que no serveixen per a res, es troba amb un estrany personatge, Lewis Carroll, que la porta a conèixer el País dels Nombres. Després de moltes peripècies comprendrà que les Mates són útils i també divertides.

La llegenda també surt en una de les novel·les més interessants pel que fa a la proposta de curiosos i complicats problemes, que el savi protagonista, Beremiz Samir, resol sempre amb admirable saviesa, seguint les ensenyances d'antics matemàtics àrabs:

---

[16] El nom apareix amb diferents variants en els autors àrabs: Sassa, Sissa, Sahsaha, Dada b, Tahir, Nasir b, Dahir, etc.

[17] El blat és la recompensa que es demana en una de les primeres formulacions de la llegenda, la de l'iranià Al-Bi-ru-ni, i en altres tractats posteriors com l'hebreu que Hyde tradueix per *Deliciae Regis*. Encara que altres manuscrits, com un del s. X-XI que guarda la Biblioteca de l'Escorial, la recompensa és sol·licitada en monedes (dirhams).

[18] Carlo Frabetti és autor d'una altra novel·la, *El gran juego*. Editorial Alfaguara, 1988, on també hi són presents els escacs i on hi figuren molts jocs matemàtics i de lògica, que un misteriós personatge proposa, per correu electrònic, al protagonista.

L'home que calculava, de Malba Tahan (Editorial Empúries)[19].

L'altra qüestió de còmput referent als escacs, que ha ocupat el temps de grans matemàtics com Euler, és el problema de calcular com pot saltar el cavall per totes les caselles del tauler sense repetir-ne ni una, i quantes formes diferents hi ha de fer-ho. La més antiga revista d'escacs, *Le Palamède*, estudiava la qüestió a l'octubre de 1844 (p. 455) i proposava de reconstruir un poema en versos alexandrins de M. Jules de Poilly, partint de la casella emmarcada en gros.

Us proposo, lectors, de trobar aquest recorregut[20], junt amb un altre que imita el famós sonet de Lope i que dedico al nostre estimat director[21]. Si no us en sortiu, llegiu la *xuleta* de les notes a peu de pàgina.

conservais	ami	ardeur,	cheval	sang	ta	tu	toujours
bouillante	ton	le	si	car	sente	froid	descends
t'atteindre	ne	trépas!	juste	haut	ou	L'étreinte	Ne
que	trop	par	s'égare	te	le	trop	Protecteur
tu	viendront	milieu	du	malheur	trop	pourrais	Prends
sa	faut	si	le	Que	sauve	Le	Bas
d'Icare,	ou,	modérer	du	remontant	de	soin	Pas
Il	labyrinthe	destin	Phaéton	de	sortir	En	Sort

bufando	montado	este	Pues	tablero	Hacer	la	Pongan
arduo	este	burla	en	verso	Delante	del	manda
está	ya	problema,	de	el	Fiel	me	mitad

[19] En tinc una vella versió castellana, *El hombre que calculaba*, Ed. Vosgos (1975). Els alumnes de 4t d'ESO, al llibre que fem servir de Teide, tema 10, tenen un altre problema algebraic d'aquesta novel·la sobre l'endevinar el color dels ulls d'unes esclaves. El nom vertader de l'autor de la novel·la és el brasiler Julio César de Mello Souza, no un àrab.

[20] *Il faut que ton cheval sente toujours l'entreinte*
Prends soin de moderer sa trop buoillante ardeur,
Car tu ne pourrais pas sortir du labyrinthe
Si tu ne conservais le sang froid protecteur,;
Le sort de Phaéton, ou le destin d'Icare,
Viendron t'atteindre, ami, si tu descends trop bas;
en remontant trop haut par malheur on s'égare
Que le juste milieu te sauve du trépas!

[21] *Un artículo me manda hacer el señor dire*
Y a ello me he dedicado con esmero.
Sesenta y cuatro casas son las del tablero,
Burla burlando ya este verso la mitad consigue.
Con paciencia e ingenio resolveré este arduo problema
Montado en un fiel caballo de madera cual Rocinante.
No sólo éste, cualquiera que me pongan delante…
Pues éste ya está hecho…Hasta otro tema.

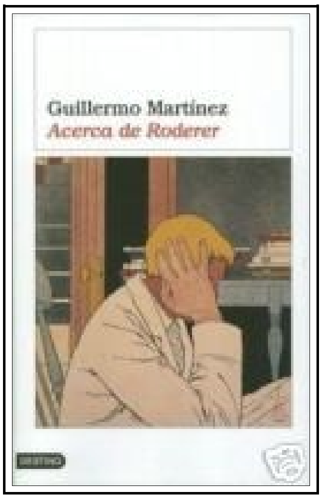
cual	este	ya	dedicado	y	me	me	las
esmero	hecho...	madera	ello	cabllo	señor	consigue	que
resolveré	Rocinante	con	dire	he	a	son	artículo
Hasta	sesenta	sólo	e	tema	cuatro	cualquier	Con
No	ingenio	otro	y	este,	paciencia	UN	casas

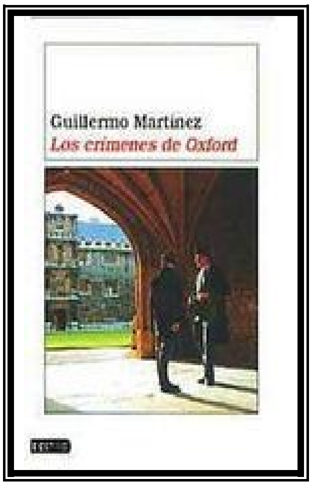
Finalment, he de dir que en dos articles meus he ofert altres sis itineraris diversos amb el salt de cavall.[22]

Novel·les de matemàtiques per als ganàpies de Batxillerat

Els escacs també són presents en tres novel·les de temàtica vinculada de ple amb les matemàtiques:

L'argentí Guillermo Martínez[23], doctor en Matemàtiques, és autor de *Acerca de Roderer* (editorial Destino), que narra l'antagonisme vital i intel·lectual de dos joves de gran intel·ligència. Mentre un, el narrador, aplica aquesta intel·ligència de manera pràctica, l'altre, Roderer, busca el coneixement absolut, en una recerca que l'apropa a la bogeria i al suïcidi.





L'altra novel·la, del mateix autor, *Los crímenes de Oxford* (també a Destino), de la qual se n'està fent una versió cinematogràfica, és un relat d'intriga policíaca on es produeix una sèrie de crims que suposen un desafiament intel·lectual per al professor Arthur

[22] Cf. J. Mercadé Riambau, "A salto de caballo", en *Ajedrez internacional*, núm. 50, agost, 1995, pp. 50-53. L'altre article, només amb textos del *Quijote*, ha de sortir a *Peón de rey*.
[23] Guillermo Martínez també és autor de l'assaig *Borges y la Matemática*. Ed. Eudeba.

Seldon, que ha estudiat *les perllongacions filosòfiques d eles tesis de Gödel*, i per un alumne seu.

La tercera novel·la, molt recomanable i intel·ligible malgrat el que pugui semblar el títol, incideix en un dels problemes que ha suposat un desafiament per als grans matemàtics, la d'Apóstolos Doxiadis[24], *El tío Petros y la conjetura de Goldbachk* (Ediciones B), on aquest entranyable personatge s'entesta fins a la bogeria en resoldre aquest famós i difícil problema que resta irresolt des de fa dues centúries[25]. Qui explica la història és el seu nebot, i en ella, a més de personatges ficticis, s'hi barregen estudiosos com Hardy, Ramanujan, Turing i Gödel. Les matemàtiques adquireixen aquí una dimensió simbòlica, i la lluita del científic per resoldre l'enigma reflecteix la prometeica de l'ésser humà per conquerir l'impossible.

Us podria citar mitja dotzena més de novel·les, que he vist a llibreries com Laie[26], o que us ofereix un bon buscador d'internet[27], però no voldria cansar-vos i jo ja ho començo a estar.

La que sí que no hi pot faltar, en aquesta llista, és la que passa per ser la més emblemàtica d'aquestes novel·les, la que diuen que és en les matemàtiques l'equivalent de *El món de Sofía* en la Filosofia, *El teorema del Lloro*, de Denis Guedj (Editorial Empúries, i en castellà, editorial Anagrama).

Explica la història d'un llibreter de vell de París, el senyor Ruche, que rep l'herència d'una fabulosa biblioteca de llibres de matemàtiques i el lloro Nofutur que li remet, amb una llarga i enigmàtica carta, un amic seu que mor en estranyes circumstàncies al Brasil. L'autor, d'una manera intel·ligent, al temps que el llibreter tracta de desxifrar l'enigma del possible assassinat del seu amic matemàtic, va explicant tota la història de les principals aportacions matemàtiques de la humanitat.

---

[24] L'autor va estudiar Matemàtiques a la Universitat de Colúmbia.

[25] La formulació d'aquesta conjetura és molt senzilla: afirma que tot nombre parell és la suma de dos nombres primers (*primos*, en castellà). Però encara està per demostrar.

[26] A Laie, he vist: *Blobius Dick* d'Amarew Crumey (Editorial Elipsis), que s'apropa a les matemàtiques des d'una perspectiva quàntica, i *Planilandia* d'Edwin A. Abbot (Ed. Olañeta), protagonitzada per figures geomètriques planes, i que és una novel·la de ciencia-ficció, amb sàtira social una mica desfasada.

[27] Al Google hi podeu trobar:

- *El rescoldo* de Joaquín Leguina (Ed. Alfaguara). Un aragonès, obsessionat pel Teorema de Fermat, el 1920, va a Cambridge, on contacta amb els millors especialistes en matemàtiques de l'època.
- *La incógnita Newton* de Catherine Sahw (Ed. Roca). Una institutriu de nenes a Cambridge, 1888, es veu involucrada en una inesperada aventura, que la portarà per mig Europa, a la recerca del vertader culpable d'un assassinat del qual ha sigut acusat el seu estimat professor de mates. També hi surten il·lustres matemàtics amb els seus debats.
- *La medida de todas las cosas* de Ken Alder (Taurus). Dificultats de medir des del nor de França fins a Barcelona, per tal d'establir la unitat de longitud: el metre. Hi surt la influència de la Revolució Francesa.
- D'un tema semblant a l'anterior tracta *La mesura del món* (Ed. 62), de Denis Guedj.
- *Galatea 2.2* de Richard Powers, sobre el Test de Tuning i les computadores.
- *Matemàtica es nombre de mujer* de Susana Mataix.

(Compte!: Si busqueu: novel·les matemàtiques al Google, hi surt una llista on n'hi figuren algunes que no en són, com *En busca de Klingsor* (és de física) i *Ablanatanalba* (de jocs lingüístics).

Com és de suposar, la novel·la té les qualitats i defectes d'aquest tipus de relats, ja que l'intriga s'aguanta pels pèls i primen les lliçons sobre la història de la matemàtica, que balla entre un cert rigor i algunes interpretacions més agosarades.

L'altra novel·la que, junt amb la del lloro, ha estat un best seller didàctic, amb una gran quantitat d'il·lustracions, molt adients per als de 1r de Batxillerat perquè explica molt planerament la Combinatòria, el Binomi de Newton, el Triangle de Tartaglia i les Successions, és *El dimoni dels nombres*, de Hans Magnus Enzensberger (editorial Barcanova; en castellà, *El diablo de los números*, editorial Siruela).

És la història d'un noi, el Robert, a qui no agraden gens les Matemàtiques. Un dia se li apareix el dimoni dels nombres i cada nit li explica en somnis alguna curiositat de les xifres, les propietats dels nombres, els elements geomètrics, etc., de manera tan atractiva que el protagonista cada vegada té més ganes de saber-ne més, perquè els nombres el van fascinant com si fossin màgics. Els primers capítols són molt bons, després potser es fa una mica reiteratiu.

I un darrer llibre molt llegit els darrers mesos, apte per a joves i no tan joves, és *El curiós incident del gos de mitjanit* de Mark Haddon (editorial La Magrana, i en castellà, *El curioso incidente del perro a medianoche*, editorial Salamandra).

El protagonista és un noi de 15 anys, una mica autista i molt obsessionat per l'ordre, que troba en les matemàtiques el terreny on expressar-se brillantment i amb llibertat. A partir d'un petit incident, la troballa d'un gos mort al carrer, comença una investigació que trasbalsa la seva vida quotidiana.

En estar explicada en primera persona, assistim als seus raonaments, amb els quals, com si es tractés de la resolució de problemes matemàtics, va descartant els aspectes superflus. Entre les qüestions matemàtiques que tracta el llibre hi ha el problema dels *soldats de Conway*.

Novel·les matemàtiques per als júniors

Deixant de banda els marrecs de Primària, per a qui també trobaríem relats matemàtics si resseguiu les col·leccions de novel·la juvenil que podeu trobar a l'Abacus, ompliríeu el vostre cistell d'una dotzena de textos entretinguts. Deixant-ne uns quants en aquesta nota, vet aquí els que us poden resultar més interessants.

Mª Isabel Molina, *El senyor del Zero* (Alfaguara Juvenil, i en castellà, a editorial Santillana). Al segle X, a l'època d'esplendor del Califat de Còrdova, un noi mossàrab molt dotat per al càlcul numèric, per culpa de l'enveja que desperta la seva habilitat i de la intransigència, es veu obligat a traslladar-se altres terres i es ben acollit al Monestir de Ripoll.

La novel·la és entretinguda (ja se n'han fet 25 edicions) i també és un cant a l'amistat sense barreres de religió ni ideologia.

A veure si resoleu aquest enigma que hi figura en vers:

Un collaret es trencà

Mentre al llit jugaven dos enamorats
I un enfilall de perles es desfermà.
La sisena part a terra anà a parar,
La cinquena part damunt del llit quedà,
Un terç la jove recuperà
I la desena part l'enamorada salvà.
Al fil, sis úniques perles hi van quedar.
Quantes perles tenia el collaret dels enamorats?

Jordi Sierra, *L'assassinat del professor de matemàtiques* (editorial Barcanova, i en castellà, *El asesinato del profesor de matemáticas*, editorial Anaya).

Un professor de matemàtiques, Flip, que maldava per fer veure als seus alumnes que les mates s'han de prendre com un joc, és assassinat i tres d'aquests nois han de resoldre una sèrie d'enigmes i problemes per tal de trobar el seu assassí.

Josep Pla i Carrera, *Damunt les espatlles dels gegants* (La Magrana). Aquesta novel·la conté dues històries que es van alternant. D'una banda, la d'un professor de matemàtiques que, recordant la seva vida, reflexiona sobre la seva feina de professor. Per l'altra, trobem la biografia novel·lada d'un jove i excèntric matemàtic francès, que visqué en temps de la Revolució Francesa i al qual les institucions acadèmiques, tot i ser un geni, no en varen fer cas. Va morir en un misteriós duel als 20 anys.

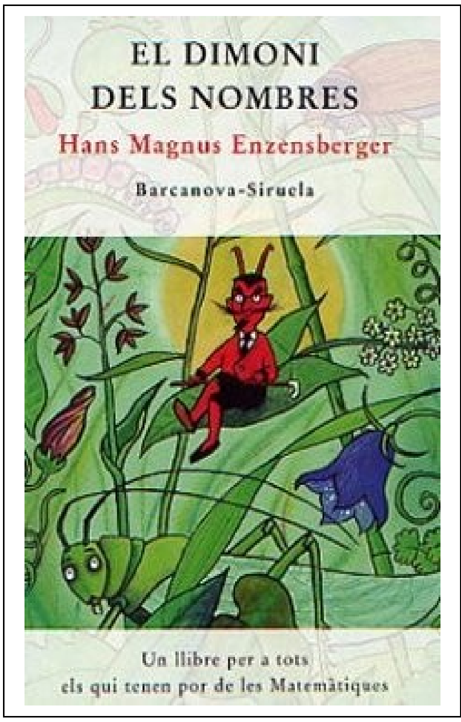
Juan Carlos Arce, *El matemático del rey* (editorial Planeta). Intrigues d'alta política entre l'Església i l'Estat, al voltant de les teories de galileu. Novel·la costumista d'humor i d'amor, amb ingredients dl gènere de capa i espasa, que explica el perquè de la negativa de l'Església a acceptar la teoria heliocèntrica. És important el personatge del matemàtic del rei Felip IV.

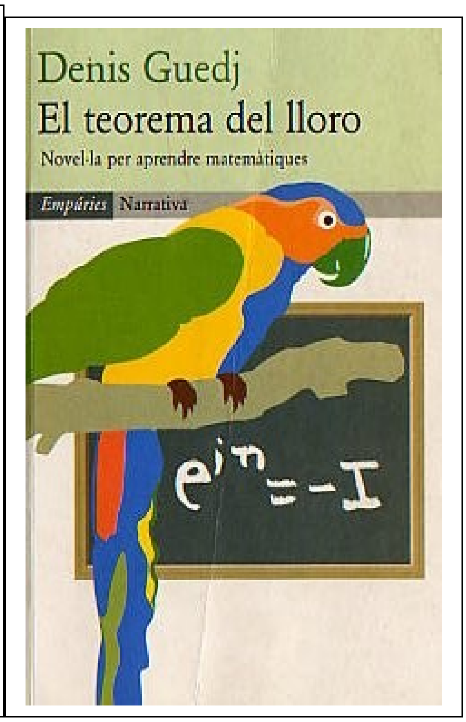
Juan José Millás i Forges, *Números pares, impares e idiotas* (Alba Editorial). Els autors aprofiten els nombres com a personatges per construir petites històries, relacionades amb el respecte a la diferència i al crítica d'algunes de les obsessions de l'home modern. Ben segur que llegir-ne breus contes com "El 4 mutilado", "Los números árabes" o "La tormenta" us seria molt agradable i, fins i tot, podríeu tornar-los a dibuixar.

Carlos Andrade Heranz, *Póngame un kilo de matemáticas* (Ed. SM, col. El Barco de Vapor). Llibre molt variat, amb enigmes, problemes, etc., i un conte molt útil per a aprendre matemàtiques.
¡Vale, vale, ya no me enrollo más!

En resum...

... Trobem relats protagonitzats per objectes matemàtics, com *Planilandia*; d'altrs que tracten temes matemàtics, com *L'home que calculava*, i d'altres en què les Matemàtiques, inicialment rebutjades, es converteixen en el centre de la trama novel·lesca.





El propòsit principal és acostar als joves aquesta aparentment difícil assignatura.

Aquesta utilització de tècniques narratives per a donar a conèixer les Matemàtiques ja la trobem en un llibre xinès, proper a l'any 400 a.C., *Chou Pei Suang Ching*. En ell assistim al diàleg d'un príncep amb el seu ministre, que li va explicant l'art de les mates i dels triangles rectangles, així com el teorema de Pitàgores.

També Bhâshkara, matemàtic hindú del s. XII, va escriure *Lilavati*, en el què es dirigeix a la seva filla emprant una prosa molt poètica.

Varen ser, però, els matemàtics de finals de l'Edat Mitjana i del Renaixement italià els precursors de la matemàtica recreativa, plantejant als seus llibres problemes curiosos.

L'exemple més interessant de la nostra literatura castellana és el tractat de Pérez de Moya, *Aritmética pràctica y especulativa* (s. XVI). Presenta un col·loqui entre estudiants. Un d'ells visita Sofronio, que el convenç de la necessitat de conèixer les Matemàtiques. A la tertúlia s'hi afegeixen uns altres dos i els quatre passen la tarda practicant jocs i resolent endevinalles matemàtiques.

Un altre dia podríem parlar de la presència de les Mates a les grans obres de la literatura universal, començant per la Bíblia, però per avui ja n'hi ha prou... i potser massa.

Josep Mercadé Riambau
(Departament de Castellà, IES Puig Castellar)

*

VIII. L'ART A LES MATEMÀTIQUES: LES FRACTALS

Si observem la successió d'imatges següents semblen generar un dibuix del corrent psicodèlic dels anys seixanta del segle passat:
però representen uns dels primers estudis que es van fer sobre les fractals, són els anomenats triangles de Sierpinski.
Una fractal és un objecte geomètric, l'estructura unitària del qual es va repetint en diferents escales, en el triangle de Sierpinski podem veure que de cada triangle sorgeixen quatre.
Un altre exemple de fractal és el floquet de neu Von Koch, que també prové d'un triangle:
El terme fractal fou proposat per Benoît Mandelbrot el 1975. Com en els casos anteriors moltes fractals es poden generar per un procés iteratiu. La paraula ve del llatí *fracture* (fractura), la principal característica de les fractals és que poden tenir dimensions fraccionaries, la línia té dimensió 1, el pla 2, el volum 3 i una fractal pot tenir dimensió 7 4 que es troba entre una línia i un pla.
Mandelbrot va desenvolupar la seva geometria fractal en el Centre de Recerca de la IBM Thomas B. Watson de Nova York per solucionar el soroll de fons que apareixien en les línies telefòniques que s'utilitzaven per enviar informació per la xarxa dels seus ordinadors. Una de les fractals que va idear és el conjunt de Mandelbrot.
La geometria fractal té moltes aplicacions, en informàtica s'utilitza per comprimir imatges; per generar paisatges que apareixen en pel·lícules de Ciència-ficció; per explicar el moviment Brownià de les partícules en un fluid; entre altres.
Trajectòria del moviment brownià
Alguns autors pensen que la geometria fractal forma part de la teoria del Caos i l'apliquen a les Ciències Socials per explicar el comportament de l'Economia Mundial.
Podem veure uns altres exemples de fractals:
Corba de Peano
Conjunt de Cantor:
Corba del drac:
Actualment existeixen molts programes informàtics per crear fractals, alguns tenen llicencies GNU i es poden aconseguir gràcies a la xarxa d'Internet de forma gratuïta.
Aquest article s'ha escrit a partir del Treball de Recerca d'en Manuel Rodríguez, alumne de segon de batxillerat del nostre institut.
Bibliografia:
www.fractales.org
www.wikipedia.org
Les fractals
Manuel Rodríguez
Autors: Manuel Rodríguez i Montserrat Pagès.

IX. Presuposiciones sobre tortugas y asuntos no afines

De tal modo, por naturaleza, están definidos la mujer y el esclavo...Entre los bárbaros, la mujer y el esclavo ocupan el mismo rango. La causa de esto es que carecen del elemento gobernante por naturaleza. Así que su comunidad resulta de eslavo y esclava...Al referirnos de nuevo al hombre y los demás animales sucede lo mismo...También en la relación del macho con la hembra, por naturaleza, el uno es superior al otro; la otra, inferior; por consiguiente, el uno domina; la otra es dominada.

Del mismo modo es necesario que suceda entre todos los humanos...Mucho mejor hablan los que enumeran las virtudes, como Gorgias, que los que las definen así, en general. Así que hay que pensar que lo que el poeta ha dicho sobre la mujer podría aplicarse a todas: "A una mujer le sirve de joya el silencio".

Pero eso no va con el hombre…

Aristóteles, *Política*, libro I, cap.II, V, XIII (1)

1. Introducción.

Cuando Julia Robinson ingresó en la Academia Nacional de Ciencias Norteamericana y recibió el Premio MacArthur, fue citada como ejemplo de mujer triunfadora en un mundo compuesto fundamentalmente por varones. En un pasaje sin duda significativo de su discurso de agradecimiento, Robinson señaló:

Toda esta atención ha sido gratificante, pero también embarazosa. Lo que soy realmente es una matemática. Más que recordada como la primera mujer en esto o aquello, prefiriría ser recordada como una matemática, debería serlo, sencillamente, por los teoremas que he demostrado y los problemas que he resuelto (2)

El loable deseo de Robinson no quita un ápice de verdad a las malas, a las pésimas relaciones históricas entre las matemáticas y las mujeres. Tradicionalmente y hasta hace muy poco tiempo, mujer y matemáticas han sido términos opuestos cuando no contradictorios. Negro sobre blanco se ha esgrimido "el sabio argumento" de que las mujeres no podían hacer matemáticas, dado que, muy pocas, de hecho, las habían estudiado. El "razonamiento" tiene el mismo valor que el sostiene la inferioridad intelectual de los hijos e hijas de trabajadores arguyendo que entre ellos el porcentaje de doctores, en tal o cual materia, es mucho menor que entre descendientes de familias burguesas ilustradas. Argumentos así, más que refutaciones, lo que exigen son cambios de página.

La concepción opuesta es mucho más verosímil: lo sorprendente es que, a pesar de los enormes y casi insalvables obstáculos a los que han tenido que enfrentarse, haya habido mujeres que hayan saltado por encima de ellos de forma casi milagrosa. Parece casi imposible que en las condiciones en las que tradicionalmente se ha desarrollado su existencia, algunas mujeres hayan podido destacar en tal o cual disciplina. Especialmente, en nuestro caso, en el campo de las matemáticas.

Y las ha habido. Milagrosamente, si se quiere, pero su conjunto no es vacío. Queremos dar cuenta de cuatro de ellas. Su vida, su tenacidad, sus logros, son pruebas fehacientes de lo que queremos mostrar: cómo, a pesar de los muros de contención impuestos por razones estrictamente sexistas, ha habido mujeres que derrumbándolos han podido aportar notables contribuciones a la historia de las ciencias matemáticas. A título de ejemplo nos referiremos a los casos de Hypatia, Sophie Germain, Sonya Kowalevsky y

Emmy Noether.

2. Hypatia.

Vestida con el manto de los filósofos, abriéndose paso en medio de la ciudad, explicaba públicamente los escritos de Platón, o de Aristóteles, o de cualquier filósofo, a todos los que quisieran escuchar... Los magistrados solían consultarla en primer lugar para su administración de los asuntos de la ciudad.

Hesiquio el Hebreo

Hija de Teón de Alejandría, Hypatia nació en el siglo IV de nuestra era (hacia el año 370). Fue la primera mujer que leyó y comentó críticamente grandes obras avanzadas de su época (3). Su padre Teón escribió un comentario sobre el *Almagesto* de Ptolomeo y editó nuevas ediciones de los *Elementos* y de la *Óptica* de Euclides. Se cree que Hypatia le ayudó en la parte 11ª de su tratado sobre el *Almagesto* y en su versión de los *Elementos*. Comoquiera que sea, Hypatia destacó no sólo en el campo de las matemáticas, sino en los de la medicina y la astronomía. Vinculada a la biblioteca de Alejandría, ninguno de sus papeles nos ha sobrevivido. Aquélla fue destruida poco después de su muerte.

La gran biblioteca de Alejandría fue construída y sostenida por los Ptolomeos, los reyes griegos que heredaron la parte egipcia del imperio de Alejandro Magno. Levantada en el siglo -III, sobrevivió durante siete siglos. Corazón y cerebro del mundo antiguo, la biblioteca fue dipositaria de las copias de libros más exactas del mundo. El Antiguo Testamento, por ejemplo, ha llegado hasta nosotros gracias a las traducciones griegas efectuadas en ella. Los Tolomeos dedicaron parte de su infinita riqueza a la adquisición de las obras griegas y de las grandes obras de otras culturas (Persia, India, Africa,...). Así, Tolomeo III Evergetes consiguió prestados de Atenas los originales manuscritos de las grandes tragedias clásicas. Pudo obtenerlas después de depositar una fuerte cantidad de dinero. No los devolvió, prefirió perder la fortuna depositada.

Figuras de relieve surgieron durante esta época. Así, Eratóstenes, que cartografió la Tierra y calculó su tamaño; Hiparco que detectó las posiciones y las magnitudes de algunas estrellas y su caducidad, así como Galeno y el mismo Euclides, el geómetra. Probablemente, el último científico -mejor, la última científica- que trabajó en la Biblioteca fue Hypatia, caso absolutamente singular en un mundo copado por varones únicamente,

Según Suidas, además de sus contribuciones en los escritos de su padre, elaboró comentarios sobre la *Aritmética* de Diofanto y las *Secciones Cónicas* de Apolonio.

Sumergida en la cultura neoplatónica de Plotino y Yámblico, Hypatia se convirtió, hacia el 400, en la cabeza visible de esta escuela en Alejandría. A sus clases asistieron distinguidos personajes de la época como Syneius de Cyrene, el último obispo de los Tolomeos. Se sabe que se intercambiaron cartas. En una de ellas el obispo le pregunta cómo construir un astrolabio y un hidroscopio.

En aquellos años, el cristianismo estaba consolidando su poder en el mundo clásico. Alejandría era entonces una colonia romana. Cirilo, el arzobispo de Alejandría, despreciaba a Hypatia. Su amistad con Orestes, el prefecto romano de Egipto, antiguo alumno, su papel como símbolo de la cultura y la ciencia helenas que la primitiva Iglesia cristiana identificaba con el paganismo y, probablemente, el mismo hecho de ser una mujer culta en un mundo exclusivamente masculino, originaron el odio cirilense.

Hypatia siguió enseñando y publicando hasta que, en el año 415, cuando regresaba a su casa, cayó en manos de una turba fanática de feligreses de Cirilo, quienes le arrancaron del carruaje, la arrastraron a la iglesia Cesárea, rompieron sus vestidos y, armados con conchas marinas, la desollaron, arrancándole la carne de los huesos. Sus restos fueron quemados, sus obras destruidas, su nombre olvidado. Cirilo, en cambio, el " pacífico y tolerante" arzobispo fue elevado a la categoría de santo de la Iglesia (4), santificación que no ha sido corregida y homicidio que no ha conllevado ni tan siquiera el manido y fácil perdón.

El prefecto romano, amigo de nuestra matemática, informó del asesinato y solicitó a Roma que se iniciara una investigación, que se pospuso en repetidas ocasiones por "falta de testigos". Cirilo, el canonizado, proclamó más tarde, falsamente, que Hipatia seguía viva en Atenas. Orestes, precavidamente, renunció a su situación y huyó de Alejandría. El brutal asesinato de Hipatia marcó el final de la enseñanza platónica en Alejandría y, seguramente, en todo el Imperio romano.

3. Sophie Germain (1776-1831).

Damos un salto de casi catorce siglos. En el siglo XVIII, en tiempos de Ilustración, no habría que olvidar empero los nombres de Emilie de Châtelet (1706-1749), la traductora de los *Principia* al francés y compañera de Voltaire; de Maria Agnesi (1718-1799), de Maria Sommerville (1780-1872) o de Ada Lovelace (1815-1852), la hija de Byron, cuyo papel en los inicios de la historia de la informática ha merecido que su nombre sea usado para mencionar un lenguaje de programación. Nos centraremos en la obra de la matemática Sophie Germain (5).

Germain nació en París el 1 de abril de 1776. Hija de Ambroise-François Germain y de Marie-Magdeleine Gruguelu, su padre fue diputado de los Estados Generales después de la Asamblea Constituyente, y se presentó a sí mismo como tenaz defensor de los Derechos del "Tercer Estado", del que él mismo era representante. Más tarde llegó a ser director del Banco de Francia.

La extensa biblioteca paterna permitió a Germain educarse en casa. Desde muy joven sintió fascinación por los trabajos matemáticos que encontró en la ella. A los 13 años, leyó la descripción de Plutarco de la muerte de Arquímedes en manos de soldados romanos. Desde entonces el gran matemático de la Antigüedad clásica se convirtió en su héroe. Germain tomó la decisión firme de convertirse en matemática, pero no fue fácil, su caso ilustra nítidamente la idea de que en los no lejanos siglos XVIII y XIX la matemática seguía siendo un lugar inhóspito para una mujer.

Germain sufrió de entrada la oposición paterna y materna para seguir estudios matemáticos. Después de estudiar latín y griego, leyó como pudo a Newton y Euler. Tuvo que introducir libros a escondidas en su habitación y leerlos a la luz de las velas. Sabedores de ello, sus padres le quitaron velas y mantas para impedirle que fuera correteando por los pasillos de la casa, pero ni siquiera esas medidas pudieron doblegarla.

La Biblioteca familiar le fue útil hasta sus 18 años. Su entrada en la Universidad fue imposible. Las mujeres tenían vetada su entrada. Tuvo que seguir las clases desde fuera del aula, a la puerta de clase, captando la información que podía y tomando prestados los apuntes de sus “compasivos compañeros varones”. Así pudo tener noticia de los *Cáhiers* de lecturas de Lagrange sobre análisis.

Tomando por vez primera, aunque no última, el nombre de Le Blanc, Germain escribió un artículo sobre análisis y se lo envió al mismísimo Lagrange. Asombrado éste de la originalidad y exactitud del trabajo, quiso conocer a su autor descubriendo que monsieur Le Blanc era realmente madame Sophie Germain. Desde entonces, sea dicho en honor de Lagrange, éste se convirtió en su tutor matemático.

La correspondencia que sostuvo Germain con grandes intelectuales de la época muestra su alta educación en materias tan diversas como las matemáticas, la literatura, la biología y la filosofía. Se escribió, por ejemplo, con Legendre acerca de problemas surgidos a finales del siglo XVIII en la teoría de números. La correspondencia es voluminosa y el mismo Legendre incluyó algunas de las demostraciones de Germain en el suplemento a la segunda edición de su *Théorie.*

Una de las máximas contribuciones de nuestra matemática tiene que ver con el último teorema de Fermat (6). El teorema, como es sabido, afirma que para todo entero positivo n, superior a 2, no existen ternas de eneros positivos, tales que la suma de la enésima potencia del primero más la enésima potencia del segundo iguale a la enésima potencia del tercero. Por razones de orden matemático (7), demostrar la conjetura de Fermat era equivalente a probarla para n=4 y para todos los números primos. El propio Fermat demostró su conjetura para el primer caso (8). Euler lo demostró para n igual a 3. Más tarde, en 1825, Adrien Marie Legendre y J.Peter Gustav Leujeune zanjaron el caso para n igual a 5. Ernst Kummer, en 1850, eliminó de un solo golpe todos los exponentes primos menores de 100, salvo el 37, el 59 y el 67 (9).

La aportación de Germain a la historia de la resolución del teorema consistió en la demostración de la imposibilidad de soluciones positivas, x, y y z, si esos números no eran divisibles por el exponente p (10), para todo p menor que 100. Es decir, si, por ejemplo, p es igual 5, Germain demostró que no hay soluciones, x, y y z**,** si ninguno de esos tres números es divisible por 5. No hay afirmación general: no se prueba aquí que no haya soluciones para la ecuación discutida, sino que, si las hubiera, alguno de los elementos de la terna debía ser divisible por el exponente en cuestión.

El nombre de Le Blanc lo usó Germain en otras ocasiones. Leídas las *Disquisitiones Arithmeticae* de Gauss, se atrevió a escribir al gran matemático alemán apuntando innovaciones de los resultados contenidos en su obra. Gauss quedó impresionado. Ella -él, para Gauss, en aquel momento- demostraba haber leído sus escritos con detenimiento y dominio, presentando, con rigor, algunas ampliaciones y generalizaciones de sus resultados.

Cuando las tropas francesas ocuparon Hannover, Germain temió lo peor. Recordando el caso de la muerte de Arquímedes por soldados romanos, intercedió frente al comandante en jefe de las tropas francesas, el general Pernety, amigo de su familia. Por ello, a partir de 1807, Gauss conoció la auténtica personalidad de su corresponsal Le Blanc. En ese mismo, Germain escribía a Gauss diciéndole (11):

“He optado anteriormente por el nombre de Le Blanc para comunicarle esas notas que, sin duda, no merecen la indulgencia con la que usted me ha respondido... Espero que la información que le he confiado no me prive del honor que se ha dignado acordarme con un nombre prestado y que me dedicara unos pocos minutos para darme noticias sobre usted”

La respuesta de Gauss merece, sin duda, su reproducción (12):

“El gusto por las ciencias abstractas, en general, y sobre todo, por los misterios de los números, es muy raro: esto no es sorprendente, ya que los encantos de esta ciencia sublime se autorrevelan en toda su belleza sólo a los que tienen el valor de comprenderla por completo. Pero *cuando una mujer, a causa de su sexo, nuestras costumbres y prejucios, encuentra infinitamente más obstáculos que los hombres para familiarizarse con sus intrincados problemas y, sin embargo, supera estas restricciones y penetra en lo que es más recóndito, sin duda posee el más alto valor, un talento extraordinario y un genio superior...*” (la cursiva es nuestra)

Reconocía Gauss, además, que los trabajos matemáticos de Le Blanc-Germain “me han proporcionado miles de placeres”.

No fue ésta, sin embargo, la última vez en Germain tuvo que esconder su género, su identidad. La Academia Francesa convocó un premio en 1816 en torno a la natualeza de las vibraciones en placas elásticas. De nuevo tuvo que presentarse con su seudónimo de Antoine Le Blanc para no revelar el imperdonable pecado de ser mujer.

Ganó el premio por su agudo análisis de la naturaleza de esas vibraciones.

En 1821 publicó su artículo bajo el título *Remarques sur la nature, les bornes et l´étendue de la question des surfaces élastiques et équation générale de ces surfaces* (13), en el que estableció que la ley para la vibración general de una superficie elástica venía dada por la diferencial parcial de cuarto orden de una ecuación.

En sus últimos papeles, Germain siguió trabajando en el campo de la física de curvas elásticas de superficies vibratorias. Escribió igualmente dos obras de filosofía como *Pensées diverses* y *Considérations générales sur l´état des sciences et des lettres* (póstumamente recogidas en las *Oeuvres philosophiques de Sophie Germain,* 1879). En la segunda de estas obras filosóficas desarolla la entonces novedosa y original idea de la unidad del pensamiento, esto es, la tesis de que no ha habido ni habrá una diferencia básica entre las ciencias y las humanidades respecto a su motivación, su metodología y su importancia cultural.

A petición de Gauss, una vez revelada su identidad, se le iba a galardonar, por primera vez en la historia, con un doctorado honorario en la universidad de Göttingen. Su temprana muerte impidió que se confirmara este honor.

4. Sonya Kovalevsky (14).

No veo que el sexo de un candidato sea una razón en contra de su admisión. Después de todo, esto es una universidad y no un establecimiento de baños públicos.

David Hilbert

Nacida en Moscú el 15 de enero de 1850, es también conocida con el nombre de Sofia Kovalevskaia. Ha sido considerada, por algunos historiadores, como la mejor matemática anterior al siglo XX. Hija de un general ruso, Vasily Korvin-Krukovsky y de Yelizateva Shubert, miembros de la nobleza rusa.

Ella misma, en su *Recolletions of Chilhood* (Recuerdos de infancia) da cuenta de sus primeros años. Educada con una nodriza inglesa, sus primeros años transcurrieron en Plabino, el estado de los Krukovsky. Aprendió aritmética y pudo estudiar con un tutor, para avergonzar a su primo. No era admisible que una niña pudiese adelantar a un joven en esa materia. Se hizo con un libro escrito por el profesor Nicolás Tirtov, *Elementos de física,* y, al no poder seguir la trigonometría, la desarrolló por su propia cuenta. Creció en un estimulante ambiente intelectual. Llegó a conocer a Dostoievski, Turganev, Chejov y Elliot. Su relato acaba a los 14 años. Por entonces cae en sus manos un libro escolar de su padre sobre el cálculo diferencial e integral que significó su introducción en este ámbito matemático.

De hecho, su interés por las matemáticas se despertó de forma curiosa mucho antes. Dado que faltaba tapiz para todos los cuartos de la amplia casa de campo que su familia tenía en Biolorrusia, una de las habitaciones de los niños fue tapizada con hojas de las conferencias litografiadas de Ostrogradski sobre cálculo diferencial e integral. Sonya se pasó horas tratando de descifrar las fórmulas y el texto (15).

Su familia se instaló en San Petersburgo cuando ella tenía 17 años. Con autorización paterna, recibió clases particulares de N. Strannolyubsky, profesor de matemáticas de la Academia Naval de San Petersburgo, quien inmediatamente reconoció en ella su potencial matemático. Años más tarde, ambos trabajaron juntos para conseguir fondos destinados a Universidades femeninas.

A pesar de sus excelentes resultados no pudo entrar en la Universidad. Su condición de mujer se lo impedía. En 1861, la Universidad de San Petersburgo había abierto sus aulas a las mujeres, pero poco después el gobierno mandó cerrar la Universidad ante la agitación estudiantil. Cuando fueron reabiertas, el "privilegio" de la educación de las mujeres había sido retirado.

Con su hermana Anyuta, formaba parte de un joven movimiento popular que promovía la emancipación de la mujer en Rusia. Una forma de escaparse para estudiar eran los matrimonios de conveniencia. Así lo hizo. Se casó con Vladimir Kovalevsky, joven paleontólogo que tenía intención de ir a estudiar a Alemania. En 1869, la pareja viajó a la Universidad de Heidelberg. Ella siguió allí los cursos de Kirchhoff, Helmhotz, Koenigsberger y de du Bois-Reymond. Destacó entre sus colegas de estudios. En 1871 puso sus miras en la Universidad de Berlín y en el venerado matemático Karl Weierstrass (1815-1897), mientras su marido emprendía viaje a Jena para obtener su doctorado.

Organizó un encuentro con Weierstrass para pedirle una tutoría privada. El célebre matemático quiso quitársela de encima dándole una serie de problemas tan difíciles de resolver que esperaba no verla nunca más. No lo consiguió. Una semana después, Sofia estaba de vuelta blandiendo sus soluciones. Se ganó el respeto del maestro que encontraba en ella "el regalo del genio intuitivo hasta un grado raramente encontrado ni entre los más antiguos e instruidos estudiantes". Weiestrass ejerció su tutoría privadamente durante cuatro años. Su relación llegó a ser más que la de un maestro con su discípula. Fueron colegas y amigos íntimos. Fue él quien consiguió permiso, después de repetidas peticiones, para que Sonya pudiera usar la biblioteca de la Universidad.

En 1874 escribió tres artículos sobre ecuaciones diferenciales parciales, sobre integrales abelianas y sobre la dinámica de los anillos de Saturno (16).

Fue precisamente con este tema con el que se doctoró en este mismo año, convirtiéndose en la primera mujer que consiguió este grado académico en la Universidad moderna.

Kovalevskaia estuvo implicada en la causa de la emancipación de la mujer y en el combate por la libertad de los polacos. No sólo eso. Durante la tutoría de Weiestrass, y a pesar de sus consejos de moderación política, Sofia marchó al París de la Comuna de 1871. Atendió heridos y enfermos y entabló contacto con los líderes de la ciudad asediada. Los soldados de Bismarck llegaron a disparar contra ella.

Con el doctorado y con las cartas de recomendación de Weiestrass, pensó obtener alguna plaza académica en Europa. Regresó a Rusia donde se unió con su marido. Tuvieron una hija, Foufie, en 1878. Embarcados en negocios, un amigo nada escrupuloso involucró a su marido Vladimir en pésimas especulaciones financieras que le impulsaron a la desgracia y al suicidio en 1883.

Con el apoyo de Gösta Mittag-Leffler consiguió un puesto de profesora en la Universidad de Estocolmo. En 1899, *se convirtió en la primera profesora vitalicia* de una Universidad. Nadie antes que ella lo había conseguido. Sonya se sintió halagada por el reconocimiento que significaba su nombramiento de profesora universitaria, sin dejar de tener dudas:

"Nunca he buscado ningún otro puesto, e incluso debo admitir que me sentiría menos atemorizada e intimidada si sólo me dieran la posibilidad de aplicar mi conocimiento en las ramas más altas de la educación. Es posible que así pueda abrir las universidades para las mujeres, lo cual hasta ahora sólo ha sido posible como favor especial -un favor que puede ser negado en cualquier momento, como ha ocurrido recientemente en las universidades alemanas..." (17)

Fue también la primera mujer que ocupó el puesto de editora de la revista *Acta Mathematica*. Siguió completando sus estudios de análisis e investigó el tema de la propagación de la luz en medios cristalinos. Con su memoria *Sobre la rotación de un cuerpo sólido alrededor de un punto fijo* (18), de 1888, consiguió el Premio Bordin de la Academia Francesa de Ciencias. Con esta clase de investigaciones logró triunfar también en 1889, en un premio otorgado por la Academia Sueca de Ciencias. A finales de este mismo año fue elegida miembro de la Academia Rusa de Ciencias, empero no logró alcanzar un puesto académico en su país.

Murió poco después de un resfriado sin aparente importancia contraído en París el 10 de febrero de 1891, a los 41 años. Sucintamente, sus principales aportaciones matemáticas fueron :

1. El teorema que lleva hoy el nombre de Cauchy-Kovalevsky, básico en la teoría de las ecuaciones diferenciales parciales. Su trabajo se titulaba "Zur Theorie der partiellen Differential-glechungen", *Journal für die reine angewandte Matehmatik*, 80, 1875.

2. Examinó el concepto analítico desarrollado en la obra de Legendre, Abel, Jacobi y Weiestrass, que dio pie al trabajo de su segundo doctorado, que llevaba por título **"**Über die Reeduction einer bestimmeten Klasse Abelscher Integrale dritten Ranges auf elliptische Integrale", *Acta Mathematica***,** 4, 1884**,** 393-414. En su trabajo ganador del Premio Bordin, generalizó los resultados de Euler, Poisson y Lagrande que consideraban dos casos elementales de la rotación de un cuerpo rígido alrededor de un punto fijo.

3. Sus estudios sobre la dinámica de los anillos de Saturno. De ahí que,

en 1886, el algebrista inglés Sykvester escribiera un soneto en el que la nombra “Musa de los Cielos o que su hermano matemático, Fritz Lefler, escribió igualmente un poema en su honor: “Mientras los anillos de Saturno brillan todavía/ Mientras los mortales respiran/ El mundo recordará siempre tu nombre”

Además de todo ello, siguió una cierta carrera literaria con la publicación de *The Universitary Lecturer, The Nihilist* (no acabada)**,** *The Woman Nihilist* y *A story of the Riviera***.** Colaboró con la hermana de Mittag-Leffler, Anne Charlotte Leffler-Edgren, en el drama *The Struggle for Pappiness,* escribiendo además en solitario un comentario crítico sobre G. Elliot.

5. Emmy Noether (19)

...No tuve éxito, ni tampoco logré nada con un intento de que fuese nombrada miembro de la Academia de Ciencias de Gotinga. Tradición, prejuicio, consideraciones externas, pesaron en contra de sus méritos y grandeza científica, que por entonces nadie negaba. Durante mis años en Gotinga, 1930-1933, ella fue sin duda el centro de actividad matemática más fuerte, considerando tanto la fertilidad de su programa de investigación científica como su influencia sobre un amplio círculo de discípulos”

Hermann Weyl

Noether nació en Erlangen, en 1802, hija del matemático Max Noether, distinguido catedrático de la Universidad de su ciudad natal. Después de asistir ocho años a la Escuela Municipal Superior para Hijas, de Erlangen, Emmy pasó con excelentes notas los exámenes para maestros de francés e inglés. Con esta oposición, se la habilitaba para poder poder dar clases en cualquier institución femenina.

Noether no se conformó con ello. Deseaba seguir estudiando. Tal vez por sus relaciones familiares, pudo estudiar en la Universidad de Erlangen y en la de Göttingen, pero como oyente, ya que en aquellos años las mujeres seguían siendo personal no-admitido como estudiantes oficiales: el sesudo Senado de la Universidad de Erlangen había declarado en 1898 que la admisión de mujeres destrozaría todo orden académico.

Consiguientemente, pudo asistir a clase, pero no pudo examinarse hasta 1903, cuando la Universidad cambió sus estatutos. Obtuvo su doctorado en 1907 por su trabajo “Sistemas completos de invariantes para formas ternarias bicuadráticas”, con la calificación de summa cum laude. Paul Goron fue su tutor.

Trabajó en el Instituto Matemático de Erlangen, sin ningún salario, ayudando a su padre, ya entonces muy mayor y desarrollando sus propios proyectos en el campo de las teoría de los invariantes algebraicos. En 1915, se trasladó a Gotinga reclamada por Hilbert y Klein, las grandes figuras de aquellos años de la matemática en Alemania. Su célebre teorema de 1918 sobre las relaciones entre invarianzas y leyes de conservación surgió de los intereses de Hilbert por la relatividad general einsteiniana.

El teorema que lleva su nombre -el teorema de Noether- es empleado en mecánica y teoría de campos. Pertenece al cálculo diferencial y pasó inadvertido en su momento. Goza actualmente de enorme prestigio entre los físicos de partículas (20). El teorema basa en las propiedades de invariancia de las leyes del lagrangiano de un sistema, bajo la acción de ciertas transformaciones llamadas simetrías, las leyes de conservación a las que obedece dicho sistema, leyes de conservación llamadas también “principios” porque rigen en todas las leyes de la naturaleza. Así, el principio de conservación de la energía, el principio de la cantidad de movimiento o impulso de los cuerpos o el principio de conservación del momento cinético.

El principio de conservación de la energía en mecánica clásica, por ejemplo, enuncia que la energía total, la cinética y potencial de un sistema aislado, de un sistema que no intercambie energía con el exterior, es constante. Otros principios de conservación son el de la carga eléctrica, el del número bariónico o el del número leptónico. De forma general: si al principio de una reacción se cuenta cierto números de entidades (cargas, bariones, leptones) al final se encontrarán los mismos números.

El teorema de Noether funda los principios de conservación en la invariancia formal de las leyes de la física. En mecánica un sistema queda descrito por una función matemática que depende de sus coordenadas de posición y velocidad, así como del tiempo. Esta función se llama el lagrangiano del sistema y es igual a la diferencia entre la energía cinética y la potencial. La cuestión es: ¿qué leyes físicas son válidas aunque se cambie el sistema de coordenadas efectuando en él unas transformaciones llamadas, muy genéricamente, simetrías, como las traslaciones o rotaciones?

Este teorema presenta una correspondencia entre cada principio de conservación de una magnitud física (la energía, el impulso, la cantidad de movimiento) y una invariancia formal de las leyes de la física. Dicho de otro modo: para toda simetría continua (por ejemplo, una rotación espacial) del lagrangiano del sistema, hay una magnitud conservada a lo largo de la evolución del mismo. Las conclusiones más interesantes se obtienen en el caso de las transformaciones euclídeas, como las espaciales, las rotaciones o las temporales, es decir, en los casos en que la transformación no deforma los objetos. En estos casos simples, el teorema conduce a los siguientes resultados: 1. Cuando un lagrangiano es invariante simétrico, por traslación temporal, su expresión formal no cambia al variar la variable tiempo, con lo que la energía total de sistema se conserva durante el movimiento. 2. Si es invariante el sistema por traslación espacial, la magnitud conservada es el impulso. 3. Cuando es invariante por rotación, se conserva el momento cinético.

Aquí están los tres grandes principios de la física clásica: el de energía, que se basa en la invariancia del lagrangiano por traslación temporal; el de conservación del impulso mecánico, que se basa en la invariancia por traslación espacial, y el del momento cinético, que se funda en la invariancia por rotación. Como consecuencia de ello, la conservación de la energía remite a la constancia de las leyes de la física y, consiguientemente, a la uniformidad del tiempo; la conservación de la cantidad de movimiento, a la universalidad de las leyes físicas y, finalmente, la conservación del momento cinético a la isotropía.

A pesar de sus méritos indudables, Noether no consiguió ningún puesto académico en la Universidad de Gotinga. Ni siquiera pudo pasar la prueba de habilitación ya que, según la ordenación legal de 1908, ésta sólo podía ser concedida a los candidatos masculinos. Una protesta posterior ante el Ministerio de Cultura hizo que
la ley fuese derogada. Cabe remarcar que, según testimonio de Hermann Weyl, fueron los mismos matemáticos e historiadores quienes más se opusieron a su nombramiento.

Acabada la primera Guerra Mundial, las cosas cambiaron un tanto. Emmy Noether pudo superar en 1919 la última prueba para conseguir su habilitación, que consistía en dar una conferencia. A partir de entonces pudo dar clases en la Universidad y recibir parte del dinero que pagaban sus estudiantes. En 1922, recibió un título académico que era un mero título sin obligaciones y sin salario. Posteriormente obtuvo un modesto *Lehrauftrag* (Encargo de Magisterio) para álgebra que llevaba asociado una pequeña remuneración. Así permaneció hasta 1933.

Siendo judía, la llegada del nazismo al poder complicó aún más su situación. En abril de este mismo año, se le retiró tanto su *venia legendi* como su Lehrauftrag y con ello su salario. Con la ayuda de Mawr en Pennsylvania y de Sommerville en Oxford, ambas colegas femeninas, pudo conseguir un trabajo, de un año académico de duración, en el Bryn Mawr College. En octubre de 1934, se exilió a Estados Unidos.

A partir de 1934 empezó a dar clases semanales en el *Institut for Advanced Study* de Princeton, no lejos del Bryn Mawr College, donde se le renovó de nuevo su contrato académico por un año. La suerte sin embargo, no la acompañó. En 1935, el 14 de abril, nuestro día republicano por excelencia, moría Emmy Noether en el Bryn Mawr Hospital como consecuencia de una operación que, aparentemente, no representaba peligro alguno.

Además del teorema que lleva su nombre y que algunos estudiantes y profesores atribuyen inconscientemente a un tal señor Noether, su influencia ha sido determinante en la creación de lo que ha sido llamado "álgebra moderna".

6. El viejo fantasma.

¿Qué les pasa a los hombres, qué les ha pasado desde el principio de los principios en su referencia a las mujeres?¿Por qué han creído cumplir con ellas sólo a base de sus sonrisas de complicidad entre ellos, con sus engañosos paternalismos, con su rígida tozudez interior y su aparente generosidad al concederle siempre los segundos puestos en una historia que se ha hecho, escrito y vivido en común?

Carmen Alcalde

Parece pues evidente la discriminación sexista a lo largo y ancho de la historia de las matemáticas. Obsérvese, por otra parte, que las mujeres matemáticas de las que hemos hablado tienen un determinado origen social. El padre de Kovalevsky, por ejemplo, era general de Artillería y el padre de Noether era Catedrático de la Universidad de Erlangen. Si una persona reunía, simultáneamente, las condiciones de ser mujer y tener otro origen social, entonces... lo mejor era apagar la luz y soñar, soñar en la oscuridad. No había otra posibilidad.

William Dunham pone un excelente ejemplo para dar cuenta de la situación (21). Euler tuvo 13 hijos. Con más exactitud, fue "padre" de 13 hijos, de los que cinco sobrevivieron. Es obvio que alguien debía alimentarlos, vestirlos, limpiar su ropa y sus pañeles, cuidarles, etc. La persona que hacía todas estas interminables tareas, como la lectora (e incluso el lector), habrá imaginado, no fue Euler. La pregunta que parece imponerse es:

"¿Qué hubiera ocurrido si la situación hubiera sido la opuesta, si el zapato estuviera cambiado de pie? ¿Habrían triunfado en matemáticas las señoras Euler, Ramanujan o Erdös, si sus necesidades diarias hubieran sido resueltas por otra persona? ¿Habrían sido famosas estas mujeres si hubieran tenido cantidad de tiempo para dedicarse a la contemplación matemática?

Nadie lo sabrá nunca. Pero ¿aparecerían más mujeres en los anales de las matemáticas si hubieran recibido la misma clase de apoyos que estos hombres? Indudablemente".

Este ha sido, sin duda, el pasado más reciente. ¿Qué puede conjeturarse de nuestro presente? Es obvio que muchas de esas barreras han sido derrumbadas. En la mayoría de las universidades no se impone a las mujeres el tipo de prohibiciones que se impuso a Germain o a Noether. Los datos, más bien, apuntan a un cierto optimismo. Dunham señala que en el curso académico 1990-1991, las instituciones universitarias norteamericanas concedieron 14.661 títulos de grado medio en matemáticas. De ellos, el 47%, 6.917, eran para mujeres. Esta situación era prácticamente inimaginable hace 40 años. Otra cosa sería preguntarse sobre la situación en otros países del mundo occidental y en países de otra situación geográfica y con otros esquemas culturales.

En el mismo año académico, en los grados avanzados, de nuevo según Dunham, los 2/5 de las licenciaturas y 1/5 de los doctorados en ciencias matemáticas fueron de mujeres. Con buen tino, el excelente conocedor de Euler señala que, como los futuros investigadores matemáticos y profesores universitarios salen de los estudios superiores, de licenciatura y de doctorado, la situación sigue obviamente desequilibrada

La situación puede explicarse apelando a razones históricas. Muchas mujeres han aspirado a un puesto de profesoras en la enseñanza preuniversitaria ¿Por qué negarse un puesto en la Universidad o en la investigación punta? Tal vez, apunta Dunham, porque la bajo autoestima fomentada durante siglos y siglos haya dejado y siga dejando huella. Los varones matemáticos tienen más colegas entre el gremio. Una mujer puede encontrarse bastante sola en el, en ocasiones, inhóspito mundo académico.

Esto en cuanto al tema de la discriminación sexista. Sobre otros puntos concernientes a la cuestión, como la tópica y repetida argumentación de que los chicos son más hábiles que las chicas para las matemáticas ya se han publicado numerosos trabajos de interés (22). Queda el tema del sexismo ya no en cuanto a las posibilidades de acceder a ciertos tipo de estudios, sino la discriminación implícita en el mismo quehacer científico. Pierre Thuillier, Evelyn Fox Keller y Brian Easlea (23), entre muchas y muchos otros, se han referido reiteradamente a esta cuestión.

Hay, empero, otro sexismo más sibilino que acosa por doquier y ante el cual es bueno mantener la guardia vigilante. Douglas R. Hofstadter, refiriéndose a los personajes de su inolvidable (y no olvidado) *Gödel, Escher, Bach: un Eterno y Grácil Bucle* (24), comentaba la siguiente anécdota:

A medida que iba escribiendo su suite gödeliana-bachiana se fue dando cuenta de que todos los personajes principales que había usado e inventado para sus diálogos eran masculinos: Zenón, el Cangrejo, El Oso Hormiguero, Sr. Perezoso, Locutor,... Consciente de la situación, Hofstadter intentó construir algún personaje femenino principal , pero le parecía que no había que hacerlo de forma demasiado artificial. Al final el personaje femenino, buscado y deseado, no fue encontrado.

Preguntándose él mismo por las razones de esa situación pensó que la clave estaba en el ensayo que le había servido de inspiración para su libro (25). Se trataba del insuperable diálogo de Lewis Carroll, *What the Tortoise said to Achilles* (26), en el que el autor de *Alicia a través del espejo* muestra de forma brillante e irónica la imposibilidad de pretender probarlo todo.

Satisfecho de su reflexión, Hofstadter quedó tranquilo. Pero, dos años más tarde, en la presentación de su libro, una lectora le interrogó por los motivos de la masculinidad de los personajes centrales. Hofstadter, mecánicamente, se dispuso a dar la respuesta, su respuesta: me inspiré en el diálogo de Carroll y allí los dos personajes son masculinos, Aquiles y el Sr. Tortuga... De golpe un relámpago estalló en su mente ¿por qué había pensado que *the Tortoise* era un personaje masculino?

Acudió al libro de Carroll y se enfrentó a la cruda realidad. El célebre lógico, el autor de las Alicias, no había asignado sexo alguno al personaje *the Tortoise* en ningún paso del diálogo. Fue Hofstadter quien presupuso su sexo, convirtiéndole en el Sr. Tortuga.

Así que parece que la lección es obvia: estemos vigilantes, el viejo fantasma del sexismo ataca constantemente, presentándose esta vez con redes muy sibilinas que hacen caer en sus trampas malignas al más pintado de los mortales. Incluso, a uno de los lógicos contemporáneos más brillantes y, por diferentes motivos, al mismísimo "maestro de los que saben". Se trata, en definitiva, de escuchar y de oír:

"...y se llevarían grandes sorpresas si, modestamente, se sentaran a escuchar sus palabras. Se darían cuenta de que no estamos tan lejos los dos sexos como ellos suponen. Mas, para escuchar hay que dejar de pensar que uno es el rey del Universo. Y al igual que los monarcas sólo escuchaban de los bufones aquello que les complacía, la gran mayoría de los hombres tienen pavor a oír esa nueva palabra que va surgiendo lentamente de los infiernos: la palabra de la mujer" (27)

Notas.

(1) Aristóteles, *Política.* Editora Nacional, Madrid 1977.

(2) WIliam Dunham,*El mundo de las matemáticas.* Editorial Pirámide, Madrid 1995, p. 389

(3) M. Kline, *El pensamiento matemático de la antigüedad hasta nuestros días, vol I,* Alianza Universidad, Madrid, 1992, pp.179 y 246; Carl Sagan, *Cosmos,* Planeta, Barcelona, 1980, pp.19 y 335-336 y Gillispie, *Dictionary of Scientific Biography,* vol. VI, pp.615-616. El artículo está firmado por Edna E. Kramer. Igualmente puede consultarse el excelente trabajo de A.W.Richeson,"Hypatia of Alexandria", en *National Mathematics Magazine,* 15, nº 2, nov. 1940, pp.74-82.

(4) La información sobre la muerte de Hipatia está descrita en la obra de Sócrates el Escolástico, historiador cristiano del siglo V. Véase Margaret Alic, *El legado de Hipatia. Historia de las mujeres en la ciencia desde la Antigüedad hasta fines del siglo XIX,* Siglo XXI, México, 1991, p. 62.

(5) WIliam Dunham, *Viaje a través de los genios,* Editorial Pirámide, Madrid, 1992, pp.306-308 y Gillispie, *Dictionary of Scientific Biography,* vol V, pp.375-376. El artículo está firmado por Edna E. Kramer. Puede consultarse igualmente la excelente aproximacióm de H.Stupuy, "Notice sur la vie et les oeuvre de Sophie Germain", en *Oeuvres philosophiques de Sophie Germain,* París, 1879, pp.1-92.

(6) Pierre de Fermat, abogado y matemático francés, coetáneo de Descartes, consignó al margen de la *Aritmética* de Diofanto la famosa enunciación de su célebre teorema: "Cubum autem in dues cubos, aut quadratoquadratum in duos quadratosqudratos, et generaliter nullam in infinitum ultra quadratum potestatem in duos ejusdem nominis fas est dividere, cujus rei demonstrationem mirabilem sane etexi. Hancs marinis exiguitis non caperet" (Un cubo no es nunca la suma de dos cubos, una potencia cuarta no es nunca la suma de dos potencias cuartas, y más generalmente, ninguna potencia superior a dos es suma de dos potencias análogas. De esta proposición he encontrado una semostración maravillosa, que no cabe en la estrechez de este margen). Fermat hizo numerosas anotaciones marginales en su ejemplar de la obra de Diofanto, en

traducción latina de C.G.Bachet. Tras su muerte en 1665, su hijo publicó una segunda edición de la traducción de Bachet que incluía en un apéndice las notas marginales de Fermat, El libro de Diofanto se tradujo con el título *Seis libos de aritmética y un libro sobre números poligonales, por Diofanto de Alejandría* con comentarios del distinguido caballero Bechat y observaciones del Señor P. de Fermat, Senador de Tolosa" y "un nuevo descubrimiento de Doctrina Analítica, recopilada de diveras cartas del mismo señor de Fermat"

(7) Es fácil demostrar que si para un cierto n, por ejemplo el 13, no hay solución, es decir, no hay x, y, z que cumplan que la suma de la enésima potencia de x más la enésima potencia de y sea igual a la enésima potencia de z, entonces para todo múltiplo de 13, tampoco hay solución. De esta forma el teorema de Fermat se demostraría probándolo para n igual a 4 y para n igual a cualquier número primo, ya que todo otro número puede concebido como múltiplo de los anteriores.

(8) De hecho lo que Fermat demostró es que el área de un triángulo pitagórico no puede ser cuadrado perfecto de ningún número entero, es decir, que si x,y, y z son enteros positivos, tales que la suma de los cuadrados de los dos primeros es igual al cuadrado del tercero, entonces (1/2)xy no es cuadrado de ningún número. Del anterior teorema se deduce, de forma relativamente sencilla, el teorema de Fermat para cundo n es igual a 4. Puede consultarse el excelente artículo de Harold M.Edwards. "Pierre de Fermat" en *Grandes Matemáticos. Tema 1,* Prensa Científica, S.A., Barcelona, 1995, pp.26-34.

(9) Una excelente historia de las vicisitudes de este teorema puede verse en Catherine Goldstein, "El teorema de Fermat", en *Mundo Científico,* 146, vol.14, pp.416-423

(10) Como es sabido Andrew Wiles, profesor de la Universidad de Princeton, ha conseguido una demostración del teorema (Andrew J. Wiles, "Modular Elliptic Curves and Fermat´s Last Theorem" en *Annals of Matematics,* vol 141, nº 3, pp.443-551, mayo 1995).De hecho lo que Wiles ha establecido es un esquema de demostración de la conjetura STW (Shimura-Tanuyama-Weil) para el caso de las curvas elípticas semiestables, caso particular de la conjetura STW que basta para probar el último teorema de Fermat. La correspondencia STW establece una correspondnecia precisa entre el conjunto de las curvas elípticas y el conjunto de las funciones p "formas" llamadas modulares.

Por otra parte, la historia del último teorema de Fermat parece poner en dificultades una concepción metodológica como la de Popper, como mínimo, en lo que respecta a las ciencias matemáticas. Aquí lo que se ha tratado no es de falsar la conjetura de Fermat, sino de probarla. Estos intentos probatorios, lejos de caer en el dogmatismo o en la defensa irracional de un enunciado o en el anquilosamiento del desarrollo científico, han supuesto un avance considerable del quehacer matemático.

(11) William Dunham, *Viaje a través de los genios,* Editorial Pirámide, Madrid, 1992,pp.307-308.

(12) *Ibid.* p. 308. Puede verse igualmente *El legado de Hipatia,* op. cit., pp.177-178.

(13) Editada en París en 1826.

(14) W.Dunham, *El universo de las matemáticas,* Editorial Pirámide, Madrid, 1995, 376-379, Jean Dieudonné, *En honor del espíritu humano. Las matemáticas hoy,* Alianza Universidad, Madrid, 1989, p. 356 y Gillispie, *Dictionary of Scientific Biography,* vol. VII, pp.477-480. El artículo está firmado por Edna E. Kramer.Singularmente puede consultarse P.Polubarinova-Kochina, *Sophia Vasilyevna Kovalevskaya, Her Life and Work,* traducción inglesa, P. Ludwick (Moscú, 1957)

(15) *El legado de Hipatia,* o. c., p.192

(16) "Zusätze und Bemerkungen zu Laplaces Untersuchungen über die Gestalt der Saturnsringe", en *Astronomische Nachrichten,* 3 (1883), 37-48.

(17) *El legado de Hipatia,* o.c., p.199.

(18) "Sur le problème de la rotation d´un corps solide autour d´un point fixe", en *Acta Mathematica,* 12,(1889), 177-232

(19) Puede encontrarse información básica sobre Emmi Noether en José Manuel

Sánchez Ron, *El poder de la ciencia,* Alianza editorial, Madrid, 1992, pp.193-196, Jean Dieudonné, *En honor del espíritu humano. Las matemáticas hoy,* Alianza Universidad, Madrid, 1989, p.360 y en *Emmy Noether.A tribute to her life and work,* James W. Brewer y Marthe K.Smith, eds, Marcel Dekkler, Nueva York, 1981.

(20) Para este apartado puede consultarse el excelente artículo de Alain Boutot, "El poder creador de las matemáticas", en *Mundo Científico,* 98, enero 1990.

(21) William Dunham, *El Universo de las Matemáticas,* Editorial Pirámide, Madrid, 1995, pp.383-384.

(22) J.Beckwith y J.Durkin, "Chicos, chicas y matemáticas", *mientras tanto*, 10, diciembre 1981, pp.71-83

(23) Pierre Thuillier, *Las pasiones del conocimiento,* Alianza Universidad, Madrid 1992, Tercera parte, pp.91-114 y Evelyn Fox Keller, *Reflexiones sobre género y ciencia,* Edicions Alfons el Magnànim, Valencia,1989

(24) Existe una versión castellana debida a Mario A. Usabiaga y Alejandro López Rousseau., Tusquests, Barcelona, 1987

(25) Douglas R. Hofstadter, "Las "presuposiciones tácitas" y sus efectos sobre el pensamiento y el estilo literario", en *Investigación y ciencia,* 76, enero 1983, pp.106-111

(26) Existe una versión castellana de *What the Tortoise said to Achilles* debida a Leopoldo Panero y recogida en *Matemática demente,* Tusquets, Barcelona 1980, pp. 217-224.

(27) Antonia Rodrigo. Nuestra fuente: Carmen Alcalde, *Mujeres en el franquismo,* Flor del Viento Ediciones, Barcelona, 1996, p. 95.

*

X. Sabies que...?

$10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10.000$
$10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1.000$
$10^2 = 10 \cdot 10 = 100$
$10^1 = 10 = 10$
$10^0 = 1 = 1$

$$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0{,}1$$

$$10^{-2} = \frac{1}{10 \cdot 10} = 0{,}01$$

$$10^{-3} = \frac{1}{10 \cdot 10 \cdot 10} = 0{,}001$$

$$10^{-4} = \frac{1}{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10} = 0{,}0001$$

Sabies que ...?

Saps quins noms es donen als conjunts musicals segons el nombre dels seus components?

1 = solista	5 = quintet
2 = duo, duet	6 = sextet
3 = trio	7 = septet
4 = quartet	8 = octet

Si més d’un germà han nascut el mateix dia del mateix mes i any, diem que són:
2 germans = bessons
3 germans = trigèmins
4 germans = quadrigèmins
5 germans = quintigèmins

Sabies que ...?

Hi ha una proposició (teorema) d’aritmètica que diu que “la suma dels n primers nombres imparells és igual a n^2 “.

$1 = 1 = 1^2$
$1 + 3 = 4 = 2^2$
$1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$
$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$
$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25 = 5^2$
$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36 = 6^2$
$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = 49 = 7^2$
$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 = 64 = 8^2$

ACUDIT

Això eren dos amics que es troben després d'algun temps. I un d'ells s'havia engreixat molt. L'altre l'hi diu: "No havies dit que t'havies de posar en forma? I el que s'havia engreixat li contesta: "En forma esfèrica".

PENSA:
PARELL O SENAR

En Joan demana a na Núria que guardi un nombre parell de monedes a una mà, i un nombre senar a l'altre. El nombre pot ser el que la Núria vulgui. Com ho farà en Joan per saber en quina mà hi ha la quantitat parella de monedes i en quina hi ha la senar?

RESPOSTA:

Es fa multiplicar el nombre de monedes que hi ha a la mà dreta per un nombre parell qualsevol i el nombre de monedes de la mà esquerra per un nombre senar. Se sumen els dos productes obtinguts, i si el total és senar, el nombre parell és a la mà dreta i el senar a la mà esquerra. Si el total de la suma fora parell, seria el contrari.

Suposem que na Núria té a la mà dreta quatre monedes i a l'esquerra tres. Multiplicant 4 x 2 = 8 i 3 x 3 = 9, la suma dels dos productes serà 17, nombre senar (parell a la mà dreta). Si en canvi hagués hagut tres monedes a la mà dreta i quatre a l'esquerra, les operacions serien: 3 x 2 = 6 i 4 x 3 = 12 i la suma dels dos productes seria 18, nombre parell; automàticament ens senyalaria la col·locació invertida de les monedes.

*

XI. BREU ANTOLOGIA DE TEXTOS LITERARIS SOBRE LES CLASSES DE MATEMÀTIQUES

"Después venía la clase. Con el señor Bernard era siempre interesante por la sencilla razón de que él amaba apasionadamente su trabajo. […] Era el único de la escuela que había conseguido una linterna mágica y dos veces por mes hacía proyecciones sobre temas de historia natural o de geografía. **En aritmética** había instituido un concurso de cálculo mental que obligaba al alumno a ejercitar su rapidez intelectual. Lanzaba a la clase, donde todos debían estar de brazos cruzados, los términos de una división, una multiplicación o, a veces, una suma un poco complicada. '¿Cuánto suman 1.267+691?'. El primero que acertaba con el resultado justo ganaba un punto que se acreditaba en la clasificación mensual." (Albert Camus, *El primer hombre*, editorial Tusquets, Barcelona, 1995.)

"**En aritmética**, [don Pedro] calificaba con unas piedrecitas de río que nadie sabía de dónde se procuraba y que eran inimitables por la forma lenticular y por su transparencia encendida por vetas azules de luz. A quien se aprendía bien una lección le daba una piedrecita, y a quien no, se la reclamaba con la mano ortopédica, y si no tenía ninguna, se la apuntaba al debe. '¡A ver, voluntarios para la lección1', decía don Pedro. Pero ocurría que los alumnos más aventajados no se animaban a salir por no arriesgarse a perder alguna de sus muchas piedrecitas, y los medianos tampoco porque, si tenían por ejemplo cuatro, era más fuerte el miedo a quedarse con tres que la esperanza de llegar a cinco, de modo que la final siempre acababan saliendo los que, al no tener nada, nada tenían tampoco que perder. Meses hubo en que no lograban desatascarse de la misma lección. ¡Cosas de la pedagogía!" (Luis Landero, *Caballeros de fortuna*, editorial Tusquets, Barcelona, 1996.]

Los ángeles colegiales
Ninguno comprendíamos el secreto nocturno de las pizarras
Ni por qué la esfera armilar se exaltaba tan sola cuando la mirábamos
Sólo sabíamos que una circunferencia puede no ser redonda
Y que un eclipse de luna equivoca a las flores
Y adelante el reloj de los pájaros.
Ninguno comprendíamos nada:
Ni por qué nuestros dedos eran de tinta china
Y la tarde cerraba compases para al alba abrir libros.
Sólo sabíamos que una recta, si quiere, puede ser curva o quebrada
Y que las estrellas errantes son niños que ignoran la aritmética.

Rafael Alberti, *Yo era un tonto y lo que he visto me ha hecho dos tontos.*

Un constructor de ecuaciones

Yo tenía un profesor de matemáticas que nos obligaba a jugar con las ecuaciones. Nos ofrecía los resultados y a partir de éstos nosotros teníamos que presentarle las ecuaciones de las cuales aquéllos acababan derivándose.

X igual a 7
E igual -3
Z igual 6,5

Con tales datos había que conseguir una ecuación. Llamábamos a ese ejercicio “construcción de ecuaciones”, todos le temíamos porque francamente nos ponía a prueba como ningún otro.

Qué se valoraba. No, desde luego, la complicación por la complicación; ni la gratuitas tramas que ambicionaban oscuridad, ya que para conseguir eso bastaba anegar el ejercicio con fracciones muy controladas o multiplicar por mil cada cifra de tal manera que obtuviéramos números demasiado altos a los que habría que simplificar para que nos depararan los resultados que buscábamos.

El profesor dejó claro que valoraría, más que cualquier otra cosa, la imaginación. Claro que nosotros no podíamos comprender cómo en una disciplina tan poco dada al malabarismo como las matemáticas se nos iba a exigir que derrocháramos imaginación. Y es que por entonces aún no sabíamos que imaginación y malabarismo se contradicen.

Cada vez que escribo un poema tengo la sensación de estar construyendo como entonces ecuaciones a partir de unos resultados que me ha ofrecido la realidad.

Los resultados que la realidad nos propone no pueden ser muy variables: amor, desasosiego, temor a la muerte, repugnancia por el paso del tiempo… Los de siempre. Meros números a partir de los cuales uno ha de presentar sus ecuaciones vertebradas desde abajo, desde los resultados.

Creo que las matemáticas y la poesía tienen bastante que ver (y no sólo porque Felipe Mellizo haya dejado escrito que el poema que más le ha emocionado en su vida ha sido el desarrollo de la ecuación de Einstein, cosa que a mí no puede sorprenderme más que le hecho de que a alguien le emocione uno de los últimos poemas de José Ángel Valente): creo que tanto las matemáticas como la poesía pretenden expresar lo que existe mediante lo que no existe, o sea, mediante esos elementos que proceden de la imaginación.

El fantástico base por altura partido por dos no pasa de ser un producto de la imaginación, es cierto, pero no lo es menos que para calcular el área de nuestro jardín triangular lo más económico sería operar con esta fórmula.

De la misma manera puede ser cierto que el verso “la noche es interminable cuando se apoya en los enfermos” no pase a ser una abstracción si lo analizamos con el bisturí de la razón, pero en sus nervios ese verso guarda —para mí al menos— la expresión exacta de lo que en las noches de insomnio me sucedes (y ya sé que expresar lo que a uno le sucede no sirve par mitigar dolores ni angustias, pero uno confía e que llegue a paliarlos).
Así pues mis poemas lo que persigue es plantear un serie de ecuaciones cuyos resultados ya me había facilitado la realidad. Porque si el deseo —como quería Cernuda — es una pregunta cuya respuesta nadie conoce, la realidad es un montón de respuestas a las que el poeta debe plantearle sus preguntas.

Juan Bonilla, “Un constructor de ecuaciones”, en José Luis García Martín, *Selección nacional. Última poesía española, Gijón, Llibros del Pexe*, 1998.

XII. Resenya: Anatomía de un asesinato.

Maria Dzielska, *Hipatia de Alejandría*. Madrid, Siruela 2004. Traducción de José Luis López Muñoz, 159 páginas.

No es sorprendente la ausencia de fuentes primarias sobre la vida y muerte de Hipatia. Son escasas y en general indirectas. Es probable que el esoterismo de sus enseñanzas, cultivado por sus discípulos, sea un motivo que no debamos olvidar pero, seguramente, la razón básica es que ya en el siglo V los historiadores cristianos han conseguido primacía y que se avergüencen de escribir sobre la suerte de Hipatia. O peor: que participen también ellos en el encubrimiento y protección de los perpetradores, relacionados con la Iglesia, de un cruel asesinato

Dzielska explica en su nota de agradecimiento de dónde surgió la idea de su ensayo: mientras investigaba la vida y obra de Sinesio de Cirene, discípulo de la matemática alejandrina, la lectura de sus cartas le llenó de admiración por el alma y la inteligencia de Hipatia y sintió la necesidad de saber más sobre aquella "mujer extraordinaria, erudita y filósofa de Alejandría, cuya vida y personalidad espiritual han despertado interés durante muchos siglos". La autora señala que, mucho antes de los primeros intentos académicos por reconstruir una imagen fiel de Hipatia, su vida había quedado marcada por una leyenda embellecida artísticamente, distorsionada por comprensibles emociones y prejuicios ideológicos, que ha disfrutado de una amplia popularidad durante siglos y que, en sus ejes básicos, podía resumirse del modo siguiente: Hipatia fue una filósofa y matemática pagana, joven y hermosa, que en el año 415 de n. e. fue despedazada, descuartizada, por monjes o, más en general, por fanáticos cristianos en Alejandría dirigidos a corta distancia por el obispo Cirilo (quien, posteriormente, fue designado por la iglesia romana como Santo varón). El asesinato reclama una severa respuesta de los representantes de la justicia. pero nunca se produce. Quienes cometieron el abyecto crimen siguieron impunes.

Esta usual mirada, señala Dzielska, no está basada en fuentes de la época sino en una gran cantidad de documentos literarios e históricos la mayoría de los cuales presentan a Hipatia como víctima inocente del naciente fanatismo cristiano "y su asesinato como señal de la desaparición, junto con los dioses griegos, de la libertad de investigación" (p. 15). La tendencia dominante en la leyenda, la corriente ilustrada o racional, contra la que la autora argumenta o matiza, la presenta como víctima inocente de una nueva religión, fanática y rapaz. Hipatia se ha convertido con ello en símbolo tanto de la libertad sexual como del declinar del paganismo, y de la desaparición del libre pensamiento, de la razón natural y de la libertad de investigación. Dzielska estudia gran parte de estos documentos en el primer capítulo de su ensayo: "La leyenda literaria de Hipatia". Señala aquí que Hipatia aparece por vez primera en la literatura europea en el siglo XVIII, "en la época de escepticismo (sic) que se conoce históricamente como la Ilustración", momento en el cual diferentes escritores la utilizan como instrumento en sus polémicas religiosas y filosóficas. John Toland, en 1720, fue el primero de esos autores. Su ensayo causó una gran incomodidad en círculos eclesiásticos y provocó la réplica de Thomas Lewis en un folleto de inolvidable titulado "La historia de Hipatia, una desvergonzadísima maestra de Alejandría. En defensa de San Cirilo y del clero de Alejandría contra las acusaciones del señor Toland". El mismo Voltaire intervino, en el mismo sentido que Toland, con un ensayo sobre Cirilo y el clero de Alejandría, y volvió sobre Hipatia en su *Diccionario filosófico*.

Las tesis centrales defendidas por la autora señalan en la misma dirección que la señalada por Crawford, ya en 1901, o por Rist., mucho después: la causa del asesinato fue más política que religiosa o filosófica. La "plebe cristiana" imaginó que la influencia de Hipatia enconaba el conflicto entre Iglesia y Estado y pensó que, si se la hacía desaparecer, sería posible una reconciliación. Hipatia fue asesinada, pues, no como enemiga de la nueva fe cristiana, sino como supuesto obstáculo para la comodidad terrenal.

Las conclusiones propias de la autora, expuestas en el último capítulo de su estudio (pp. 113-118), pueden resumirse del modo siguiente:

1. Hipatia nace en 355 y no en 370. Cuando muere en 415, tiene ya unos sesenta años. No existe apoyo legítimo para describirla, como se ha hecho, a la hora de su espantosa muerte, como mujer joven y hermosa, capaz de provocar el sadismo y la lujuria de sus asesinos.

2. Hija de Teon, se sabe por Hesiquio de Mileto que mientras su padre escribía comentarios sobre Euclides y Tolomeo, Hipatia se ocupaba de las obras de Apolonio de Pérgamo, de Diofanto y de Tolomeo. Se ha supuesto siempre que sus estudios de estos autores no había sobrevivido pero es probable que las ediciones del *Almagesto* de Tolomeo y de las *Tablas* hayan sido ordenadas y preparadas por ella.

3. Hipatia creó en tono a ella una comunidad filosófica basada en el sistema platónico de las Ideas y en lazos interpersonales. Sus discípulos -Sinesio, entre ellos- llaman “misterios” a los conocimientos que les trasmite su “guía divina”. Los mantienen secretos, negándose a compartirlos con personas de rango social inferior a los que consideran incapaces de comprender cuestiones divinas y cósmicas.

4. Hipatia posee gran autoridad moral. Todas las fuentes concuerdan en que es un modelo de rectitud, veracidad, dedicación cívica y proezas intelectuales. El poder eclesiástico se da cuenta que se enfrenta con una persona de gran experiencia, dotada de autoridad moral, que gracias a sus discípulos puede conseguir apoyo para el prefecto Orestes -que sigue resistiendo los intentos de Cirilo de reducir el campo de acción del poder civil- entre personas próximas al Emperador. Su suerte está echada: los colaboradores de Cirilo lanzan rumores acerca de los estudios de Hipatia relacionados con la magia, con el hechizo satánico sobre el prefecto, sobre el pueblo de Dios y la ciudad de Alejandría en su conjunto. Personas al servicio de Cirilo, el santo, despedazarán (literalmente) a Hipatia.

La autora, que es catedrática de historia romana antigua en la Universidad Jagelónica de Cracovia, critica reiteradamente la visión “ilustrada del asesinato de Hipatia por ideológica y poco documentada”. Pero sus precisiones, de indudable rigor histórico, no modifican el núcleo central del asunto: Hipatia fue descuartizada por una muchedumbre fanática dirigida a corta distancia por un obispo cristiano. Además, como es sabido, en las discusiones culturales no sólo marca el terreno uno mismo sino también las posiciones de los contrarios. En todo caso, no es difícil aceptar que los marcos ideológicos o religiosos encubran intereses mucho más terrenales. Tampoco hay que olvidar que el neoplatonismo de Hipatia, el origen social de los miembros de su comunidad, su distancia de la muchedumbre, fueran fácilmente manipulables. Por otra parte, y como nota marginal, la autora crítica, con razón, estúpidas y poco cuidadas afirmaciones de Voltaire, pero extrañamente cae ella misma cae en enunciados de escasa relevancia y de difícil comprobación cuando señala, por ejemplo, que la abstinencia sexual aconsejada por Hipatia la mantuvo virgen hasta el final de su vida. Sin entrar en el uso del término, es posible aconsejar sin practicar y, desde luego, es posible amar de formas diversas.

Sin duda, las notas del estudio (pp. 131-153) son de lectura obligada.

Salvador López Arnal

XIII. AFORISMES MATEMÀTICS

- *És a les matemàtiques on resideix el principi veritablement creador. En cert sentit, doncs, tinc per veritat que el pensament pur és competent per comprendre el que és real, com els antics havien somniat.*

  Albert Einstein (1879-1955)

- *La matemàtica universal ha de tractar de buscar un mètode exacte de determinació de les coses que cauen sota el poder de la imaginació: es, per dir-ho així, una lògica de la imaginació.*

  Gottfried Wilhelm Leibnitz (1646-1716)

- *Cultiveu assíduament la ciència dels números, atès que els nostres crims no són més que errors de càlcul.*

  Pitàgores (segle XV a. C)

- *M'agradaven i encara m'agraden les matemàtiques per si mateixes perquè no admeten ni la hipocresia ni la imprecisió, les meves dues bèsties odioses.*

  Stendhal (1783-1842)

- *Per això les arts matemàtiques van néixer a Egipte, doncs allà la classe sacerdotal gaudia d'oci.*

  Aristòtil (384-322 a. C.)

- *La Matemàtica és la porta i la clau d'aquestes ciències.*

  Rober Bacon (1214-1294)

- *Les Matemàtiques s'escriuen per als matemàtics.*

  Nicolau Copèrnic (1473-1543)

- *En la mesura que les lleis de la matemàtica es refereixen a la realitat, no són exactes, i en tant són exactes, no es refereixen a la realitat.*

  Albert Einstein (1879-1955)

- *La filosofia està escrita en aquest vast llibre que contínuament s'ofereix als nostres ulls (em refereixo a l'univers), el qual, tanmateix, no es pot entendre si no s'ha après a comprendre la seva llengua i a conèixer l'alfabet en el qual està escrit. I està escrit amb el llenguatge de les matemàtiques, essent els seus caràcters triangles, círcols i altres figures geomètriques, sense les quals és impossible entendre una sola paraula; sense ells, sol s'aconseguiria vagar per obscurs laberints.*

  Galileu Galilei (1564-1642)

- *La matemàtica del pintor em condueix a la física de la representació.*

  Juan Gris (1887-1927)

- *La bellesa és la primera pedra de toc: al món no hi ha lloc permanent per a les matemàtiques desagradables des d'un punt de vista estètic.*

  Godfrey Harold Hardy (1877-1942)

- *És veritat que Fourier té l'opinió que el objecte principal de les matemàtiques és l'interès públic i l'explicació de fenòmens naturals; un científic com ell, però, hauria de reconèixer que l'objecte únic de la ciència és l'honor de l'esperit humà i amb aquesta premissa una qüestió sobre la teoria dels números val tant la pena com una qüestió entorn del sistema planetari.*

  Carl Gustav Jacobi (1804-1851)

- *Les Matemàtiques estudien el que és i el que no és lògicament possible, sense fer-se responsable de la seva existència real.*

  Charles Sanders Peirce (1839-1914)

- *Les Matemàtiques és la ciència de les conclusions necessàries.*

  Charles Sanders Peirec (1839-1914)

- *També crec que la nostra consciència és un ingredient crucial en la nostra comprensió de la veritat matemàtica. Hem de veure la veritat d'una demostració matemàtica per estar convençuts de la seva validesa. Aquest* veure *és la veritable essència de la consciència. Ha d'estar present en cada cas en que comprenguem directament una veritat matemàtica.*

  Roger Penrose (1931)

- *La Matemàtica posseeix no sol la veritat; també la suprema bellesa, una bellesa freda i austera, com la de l'escultura.*

  Bertrand Russell (1872-1970)

- *Les Matemàtiques poden ser definides com aquell tema en el qual no sabem mai el que diem ni si el que diem és veritat.*

  Bertrrand Russell (1872-1970)

- *Si totes les arts aspiren a ser com la música, totes les ciències aspiren a ser com la matemàtica.*

  George Santayana (1863-1952)

- *Cap investigació humana es pot considerar ciència veritable, si no es fa amb demostracions matemàtiques.*

  Leonardo da Vinci (1452-1519)

- *El fer matemàtiques és possible que sigui una activitat creativa de l'ésser humà com el llenguatge o la música, d'originalitat primària, doncs les seves decisions històriques desafien racionalitzacions objectives completes.*

  Hermann Weyl (1885-1955)

- *Quan pots mesurar allò de què estàs parlant i expressar el resultat numèricament, aleshores en saps alguna cosa. Tanmateix, quan no pots mesurar-ho, quan no pot expressar numèricament, el teu coneixement és exigu e poc satisfactori: podria significar un principi de coneixement, en el teu pensament, però, quasi no t'hauries apropat al nivell de la ciència.*

  William Thomson